Anlage A: Volumen schätzen

Thema	Seite	Klasse	Mathematisches	Ernährung	Werbung	Verkehr	Umwelt	Wirtschaft	Rekorde	Sport	Energie	Kunst	Eine Welt	Sonstiges
Schlangenmensch	3	5/6	Quadervolumen						x					
Stubenfliege Goliath	5	5/6 9/10	Quadernäherung, komplexe Figur, Zylinder											x
Weihnachtsstollen	6	5/6	Quader, Maßstab	x					x					
Über-Tasche	7	5/6 8/9	Quader, Perspektive						x			x		
Einweg-Stäbchen	9	5/6	Quader, gr. Zahlen	x			x							
Super-Trolly	11	7/8 9/10	Maßstab; 3. Potenz	x				x	x					
Atlantik-Volumen	12	5/6	Quader, große Zahlen, Einheiten											x
Geldbriketts	13	5/6	kl. Längen, Quader					x						
Luft-LKW	14	5/6	Quadernäherung		x	x								
Käserolle	15	5/6 9/10	Quadernäherung, Zylindernäherung	x	x				x					
Riesenfass	16	5/6 9/10	Quadernäherung, Zylinder					x	x					
Pagoden-Plan	17	5/6 9/10	komplexes Volumen, Pyramide						x					
Luftschiff	20	5/6 9/10	Quader, Zylinder, Kugel, Ellipsoide, Maßstab					x			x			
Buddelschiffrekord	22	5/6 9/10	Zylindernäherung						x					
Uwe Seelers Fuß	23	5/6 9/10	Quadernäherung, Zylinder, Proportionalität						x	x				
Aufgeblasen	25	5/6 9/10	Zylinder								x		x	
Fassungsvermögen	26	5/6 9/10	Zylinder, Manipulation											x
Größter Schneemann	27	5/6 9/10	Maßstabsprüfung, Zylinder, Kugel		x				x					
Größter Teddy	29	5/6 9/10	komplexe Figur, Zylinder, Kugel						x			x		
B-Brötchen	31	5/6 9/10	Quadernäherung, Ellipsoid									x		

Schlangenmensch

PLATZ ist im kleinsten Würfel: "Schlangenmensch" Emma Tunbridge quetscht sich bei ihrer Straßenshow im australischen Sydney in eine Plastikbox von gerade mal 41 Zentimetern Kantenlänge.

Westfälische Nachrichten, 20.06.2005

Zur Bearbeitung siehe unter „Empfehlungen für den Ablauf der Veranstaltung“ den Punkt 4.

Stubenfliege Goliath

Frankfurter Rundschau, 15.12.2004

Lässt sich die Praxis-Frage der Stubenfliege Goliath mit den Daten beantworten? Mache, soweit nötig, plausible Annahmen und berechne das gesaugte Himbeermarmeladen-Volumen.

- Detaillierter:
  Falls die Stubenfliege eine Himbeermarmeladen-Fließgeschwindigkeit von 2 $\frac{\text{mm}}{\text{sec}}$ hinkriegt durch kräftiges, permanentes Saugen – platzt sie dann?
- Zu Anatomie der Fliege:
  Welchen Innendurchmesser hat der Saugrüssel?

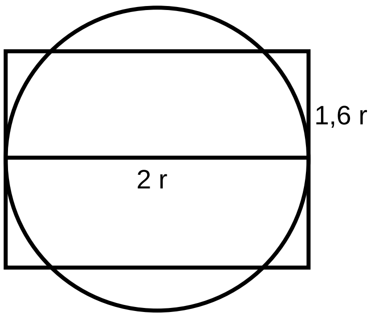
LÖSUNGEN

$V = 0{,}1\ \text{mm}^2 \cdot 2\ \frac{\text{mm}}{\text{sec}} \cdot 5\ \text{min}$

$ = 0{,}1\ \text{mm}^2 \cdot 2\ \frac{\text{mm}}{\text{sec}} \cdot 300\ \text{sec}$

$ = 60\ \text{mm}^3$

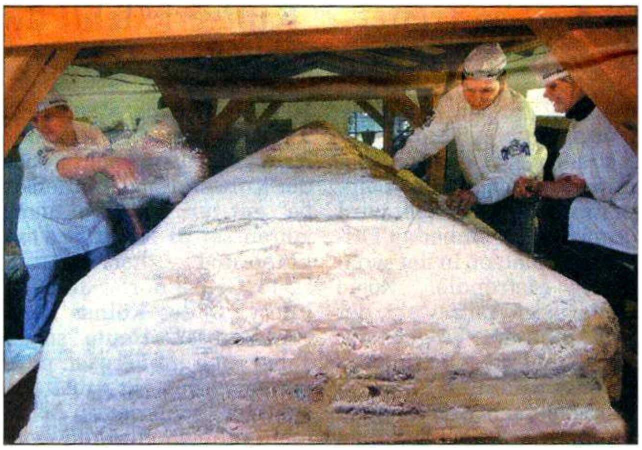
Falls sie das nicht mehr verkraften sollte, wird sie wohl vorher aufhören zu saugen.



- Zylinder-Näherung
  Nimmt man Goliath mit einer Länge von 5 mm und einem Durchmesser von 3 mm angenähert als Zylinder an, so hat die Stubenfliege ein Normalvolumen
  $V = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 5\ \text{mm}^3 \approx 35\ \text{mm}^3$.
- Quader-Näherung
  Der Kreisquerschnitt des Zylinders oben kann – durch Auszählen von Quadratmillimetern – angenähert werden durch $A_{\text{Kreis}} \approx 2\,r \cdot 1{,}6\,r$.
  $V = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}5 \cdot 5\ \text{mm}^3 = 36\ \text{mm}^3$

Dann wäre das Marmeladenvolumen oben riesig – es würde die Fliege zu einem rund verdreifachten Goliath machen!

Weihnachtsstollen



Gewaltig: Aus 300 Stollenplatten und gewaltigen Mengen Leckereien ist gestern der rund vier Tonnen schwere Dresdner Riesenstollen fertig geworden. Der 4,30 Meter lange und 85 Zentimeter hohe Striezel wird am Nikolaustag angeschnitten.

aus: Westfälische Nachrichten, 01.12.2003

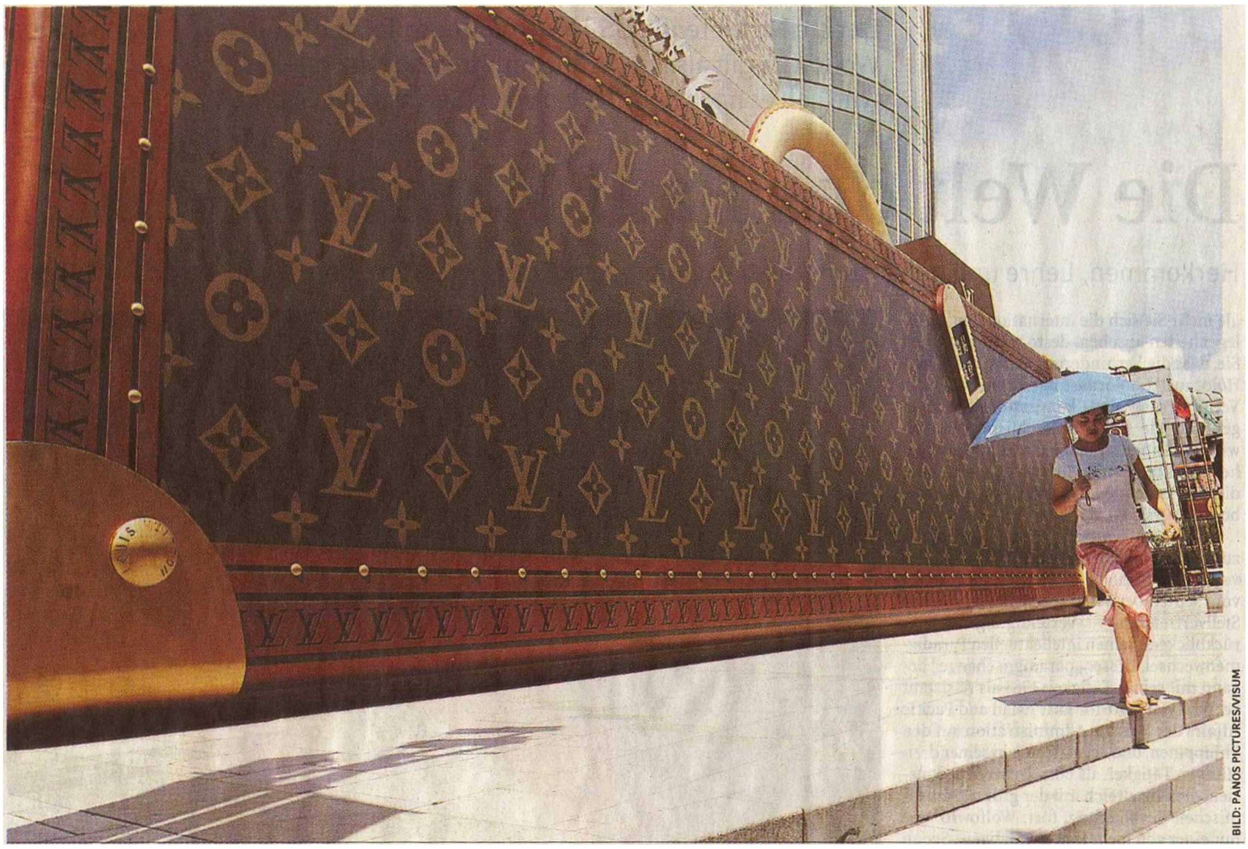
Welches Volumen ist gefüllt worden?

LÖSUNG

Der Bäcker links ist im Bild rund 4 cm groß. An der Stelle, an der er steht, ist der Striezel auch etwa 4 cm breit; also geschätzt rund 1,75 m breit.

$V = 430\text{ cm} \cdot 175\text{ cm} \cdot 85\text{ cm} = 6\,396\,250\text{ cm}^3 \approx 6{,}4\text{ m}^3$. Der Stollen hat ein Volumen von rund $6{,}4\text{ m}^3$.

Über-Tasche



Frankfurter Rundschau, 30.03.2005

- Schätze die Lederfläche und das Volumen.
- Mache dazu sinnvolle Annahmen.

LÖSUNGEN

Die Höhe:
Ist die abgebildete Frau 1,60 m groß, so ist die Über-Tasche rund 2 m hoch. Die Höhe muss etwa da geschätzt werden, wo sich die Frau vor der Tasche befindet – wegen der perspektivischen Verzerrung.

Die Länge:
Etwa beim Griff ist die Tasche 2 m hoch. Vorher ist sie größer und länger, dahinter kleiner und kürzer dargestellt. Rechnet man damit, dass sich diese Effekte ausgleichen, so wäre die Tasche etwa 3-mal so lang wie hoch.

Die Tiefe:
Die Tiefe ist auf dem Bild nicht zu sehen. Ich schätze sie auf rund ein Viertel der Höhe: 0,50 m.
Leder-Oberfläche:

$O = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$
$= 2 \cdot 6\text{ m} \cdot 0{,}5\text{ m} + 2 \cdot 6\text{ m} \cdot 2\text{ m} + 2 \cdot 0{,}5\text{ m} \cdot 2\text{m}$
$= 32\text{ m}^2$

Volumen:

$V = l \cdot b \cdot h$
$= 6\text{ m} \cdot 0{,}5\text{ m} \cdot 2\text{ m}$
$= 6\text{m}^3$

Mit den gemachten Annahmen hat die Tasche eine Oberfläche von 32 m^2 und fasst ein Volumen von 6 m^3.

Bei anderen Breitenannahmen ergibt sich:

b	0,25 m	0,5 m	0,75 m	1 m
O	28 m^2	32 m^2	36 m^2	40 m^2
V	3 m^3	6 m^3	9 m^3	12 m^3

Einweg-Stäbchen

1. China will von April an eine Konsumsteuer von fünf Prozent auf Einweg-Essstäbchen und andere Holzprodukte erheben. Luxusartikel wie Yachten, Golfbälle und Golfschläger sollen mit zehn Prozent, teure Markenuhren mit 20 Prozent besteuert werden. China verbraucht jährlich 1,3 Millionen Kubikmeter Holz für die Herstellung von Einweg-Stäbchen. Das Land produziert jedes Jahr 15 Milliarden Paar.

Westfälische Nachrichten, 23.03.2006

2.

Jedes Jahr verbrauchen die Chinesen mehr als 45 Milliarden Einwegstäbchen. In Restaurants, Schulkantinen und in Straßenrestaurants werden die in Plastikhüllen eingeschweißten Holzstäbchen verteilt.

nach: Frankfurter Rundschau, 22.10.2007

3. Seit kurzem servieren fast alle japanischen Restaurants und Kantinen zum Essen hölzerne Wegwerfstäbchen, die Waribashi. Kein schlechtes Geschäft, denn in Japan werden pro Jahr 20 Milliarden Paar Stäbchen verbraucht, das sind 200 000 Kubikmeter Tropenholz. Früher wurden die Stäbchen nach dem Essen gewaschen und jahrelang benutzt. Gegen die "schreckliche Verschwendung" startete Higuchi jetzt eine Anti-Waribashi-Kampagne.

aus: Natur 12/86

---

1. Berechne das Holzvolumen eines Ess-Stäbchens nach den Artikelangaben und aus den geschätzten Maßen eines Stäbchens.
   Vergleiche.
   Überlege Erklärungen.

2. Passt die Angabe in der Frankfurter Rundschau besser?

3. Oder passen eher die Daten in der ältesten Meldung aus der Zeitschrift Natur?

1. **Westfälische Nachrichten**
   a) **Artikeldaten**
   Zahl der Ess-Stäbchen: 2 · 15 Mrd. = 30 Mrd.
   Holzvolumen: 1,3 Mio. m³ = 1,3 Mio. · Mio. cm³
   Holz pro Stäbchen: $\frac{1{,}3 \cdot 1\,000\,000 \cdot 1\,000\,000}{30 \cdot 1\,000\,000\,000}\,\text{cm}^3 = \frac{130}{3}\,\text{cm}^3 \approx 43\,\text{cm}^3$
   b) **Geschätzte Maße eines Ess-Stäbchens**
   Länge: 20 cm; Breite = Höhe: 0,5 cm
   V = 20 cm · 0,5 cm · 0,5 cm = 5 cm³
   c) **Vergleich**
   Das eingesetzte Holzvolumen ist rund 8-mal so groß wie das der produzierten Ess-Stäbchen.
   Erklärungsmöglichkeiten:
   – Angaben im Artikel sind nicht korrekt.
   – Nur ein Bruchteil der gefällten Bäume ist für die Produktion brauchbar: keine Äste, keine Rinde, …

2. **Frankfurter Rundschau**
   Mit der dreifachen Anzahl käme man auf ein Stäbchen rund 43 cm³ : 3 ≈ 14 cm³. Das ist immer noch etwa ein Drittel der geschätzten Maße.

3. **Natur**
   Daten aus dem Artikel
   200 000 m³ = 200 000 000 dm³
   = 200 Millionen dm³
   = 200 000 000 000 cm³
   = 200 Milliarden cm³
   200 Milliarden cm³: 20 Milliarden Ess-Stäbchenpaare = 10 cm³ pro Stäbchenpaar.
   Geschätzte Daten: Ein 20 cm langes Ess-Stäbchen könnte aus einem quadratischen Kantholz mit 0,5 cm Seitenlänge produziert werden.
   20 cm · 0,5 cm · 0,5 cm = 5 cm³
   Ein Paar hat etwa ein Volumen von 10 cm³.
   Vergleich: 10 cm³ ist eine realistische Größe für ein Ess-Stäbchenpaar.

Insgesamt: Die Daten aus dem 3. Artikel passen. Bei den anderen ist unklar, wie die Daten zustande kommen.

Super-Trolly

Paula Elstrek hat offenbar eilige Besorgungen zu machen. Hoch oben auf ihrem rasenden Einkaufswagen ist sie kaum zu erkennen. Ob sie mit ihrem Riesen-Einkaufswagen aber wirklich zum Supermarkt in Melbourne (Australien) fährt, dürfte angesichts der V8-Maschine, die nach Angaben des Herstellers 1000 Pferdestärken liefert, kaum wahrscheinlich sein. Das Fahrzeug wird für 35 000 Dollar im Jahr zur Miete angeboten. Auch das ist Verschwendung, denn ins Ladeabteil passen mindestens die Vorräte einer vierköpfigen Familie für ein halbes Jahr.

Frankfurter Rundschau, 02.03.2001

1. Wie lautet der Vergrößerungsmaßstab?
2. Welches Volumen ergibt sich (im Vergleich)?
3. Passt die "Halb-Jahres"-Angabe?

LÖSUNGEN

1. Die abgebildeten Menschen, einschließlich Paula, sind rund 3,5 cm groß. Bei durchschnittlicher 1,75 m-Größe bedeutet das ein Maßstab von 1:50. Zur Information: Das Zeitungsbild ist im Original 12,2 cm hoch und 17,7 cm breit.
2. - Der Super-Trolly ist entsprechend 50 mal so lang, so breit und so hoch wie auf dem Bild. Bei einer Höhe von 10,5 cm und einer Länge von 9 cm auf dem Bild ergeben sich eine reale Höhe von rund 5,25 m und eine reale Länge von 4,50 m.
   - Ein normaler Trolly hat die Maße: Höhe 1 m, Länge 85 cm.
   - Der Super-Trolly ist also etwa 5,25 Mal so groß wie ein normaler; das stimmt sowohl für die Höhen- als auch für Längendaten.
   - Damit ist das Fassungsvermögen des Super-Trollys rund $5{,}25^3 \approx 145$ Mal so groß wie das eines normalen Einkaufswagens.
3. Rechnet man von den 183 Tagen eines Halbjahres die Sonntage (und den ein oder anderen Feiertag) ab, so müsste für die vierköpfige Familie fast täglich ein ganzer Normal-Trolly voll eingekauft werden, um den Super-Trolly zu füllen. So viel konsumieren auch Australier nicht. Der Super-Trolly würde vom Volumen her sogar für ein ganzes Jahr reichen. – Bleibt das Problem der Lebensmittelfrische, des Lagerraums und der Jahresmiete bei einmaliger Benutzung.

Atlantikvolumen

Wie viel Wasser hat der Atlantik?

Justus ist unter den drei Detektivfreunden der Schlaumeier, der häufig mit seinem genauen Wissen nervt. Es war mal wieder so weit:
"Bob starrte den Freund an. Ein paar Sekunden überlegte er, ob er ihn rütteln und anflehen sollte, endlich einmal sein Wissen für sich zu behalten. Aber dann setzte er ein heimtückisches Lächeln auf. ‘Also gut’, sagte er, ‘wir kapitulieren. Aber vorher musst du uns noch eins verraten: Wie viel Liter Wasser schwimmen im Atlantischen Ozean?’
Justus grinste zurück. ‘Im Atlantischen Ozean? Das berechnet man besser in Hektolitern. Es sind fünfhundertachtundzwanzigbillionendreihundertsechsundreißigmilliardenneunhundertvierundvierzigmillionensiebenhundertzweiundsechzigtausenddreihundertneunundsiebzig.’ Er schlug Bob freundlich lächelnd auf den Rücken. ‘Oder hast du andere Informationen?’ "

(Aus: Die drei ??? und die Schattenmänner, erzählt von Brigitte Johanna Henkel-Waidhofer. Alfred Hitchcock Franckh-Kosmos, Stuttgart 1995; S. 16)

Aus dem Lexikon:
Atlantischer Ozean, Atlantik, Teil d. Weltmeeres zw. Europa u. Afrika im O u. Amerika im W, von S-förm. Gestalt mit nahezu parallelen Küsten, 15.000 km l., 3.000–7.000 km br.; Fläche 82,4 mit Nebenmeeren 106,5 Mill. qkm; mittlere Tiefe 3.926 m, größte Tiefe 9.219 m im Puertoricograben; wird der Länge nach von der Mittelatlant. Schwelle (1.000–3.000 m) durchzogen, beiderseits 5.000 bis 6.000 m tiefe Becken; geringe Inselbildg. Nebenmeere: Europäisches, Amerikanisches und Arktisches Mittelmeer; Nordsee, Ostsee, Engl. Kanal, Irische See, St.-Lorenz-Golf ...

1. Gib die riesige Zahl in einer passenden Einheit und sinnvoll gerundet an. Kommentiere die Genauigkeit der Zahl von Justus.
2. Berechne selbst das Wasservolumen des Atlantiks. Runde und schätze.
3. Beurteile die Angabe von Justus. Hat er Bob reingelegt?

LÖSUNGEN

Die Kopiervorlage habe ich in Klasse 6 bearbeiten lassen zur Wiederholung der Volumenrechnung, zur Übung des Rundens (von Dezimalzahlen) und zur Einübung eines sinnvollen Umgangs mit gegebenen und berechneten Daten.

Hier die Lösungen zu den gestellten Aufgaben:

1. 528 336 944 762 379 hl = 52 833 694 476 237,9 m³ = 52 833,6944762379 km³ ≈ 52 834 km³ ≈ 53 000 km³. Der Atlantik soll rund 53 Tausend km³ Wasser enthalten.
   Jeden Tag verdunsten riesige Mengen Meerwasser. Genauso riesige Mengen Wasser kommen durch Flüsse und Regen über dem Meer wieder dazu. Bei so großen Schwankungen am Tag ist eine Volumenangabe auf Hektoliter genau unsinnig. Das hätte Bob seinem allwissenden Freund sofort entgegnen können.
2. Volumenberechnung:
   a) mit den Längenangaben: l = 15 000 km; b ≈ 5000 km oder b2 = 3000 km, b3 = 7000 km;
   t ≈ 4000 m = 4 km. Daraus ergibt sich V = l · b · t = 300 000 000 km³.
   Das Volumen liegt zwischen 200 Mio. km³ und 400 Mio. km³.
   b) mit den Flächenangaben: A1 ≈ 80 Mio. km², A2 ≈ 110 Mio. km²; V1 = A1 · t = 80 Mio. · 4 km³ = 320 Mio. km³, V2 = A2 · t = 110 Mio. · 4 km³ = 440 Mio. km³.
   Das Atlantikvolumen liegt zwischen 320 Mio. km³ und 440 Mio. km³.
   Das Wasservolumen liegt bei beiden Ansätzen etwa bei 300 bis 400 Mio. km³.
3. Die Zahl von Justus ist viel zu klein, etwa um den Faktor 6000. Er hat sich wohl nur einfach irgendeine große Zahl ausgedacht und gehofft, dass keiner Bescheid weiß und protestieren kann.

Geldbriketts

HANDLICHE PAPIERBRIKETTS, mit den Maßen 15 auf 10 mal 6 Zentimeter werden in den Filialen der Deutschen Bundesbank gepresst. Das Material für die Brocken sind die aus dem Verkehr gezogenen Geldscheine. Das Exemplar auf unserem Bild ist in der Landeszentralbank in Flensburg entstanden.

nach:
Frankfurter Rundschau,
18.02.1993

Hinweis: Ein Geldschein-Schnitzel ist ein Stück eines klein geschnittenen Geldscheines. Das Volumen eines 20 €-Scheins kann geschätzt und gemessen werden. Die Höhe eines 50er-Staplels von 20 €-Scheinen kann in der Sparkasse gemessen werden. Oder man sucht die Maße im Internet (www.wikipedia.de).

1. Welches Volumen hat ein Geldscheinbrikett – mehr oder weniger als ein Liter?

2. Wie viel war so ein Brikett vor der Schnitzelei wert, wenn 20-Euro-Scheine verarbeitet wurden?

LÖSUNG

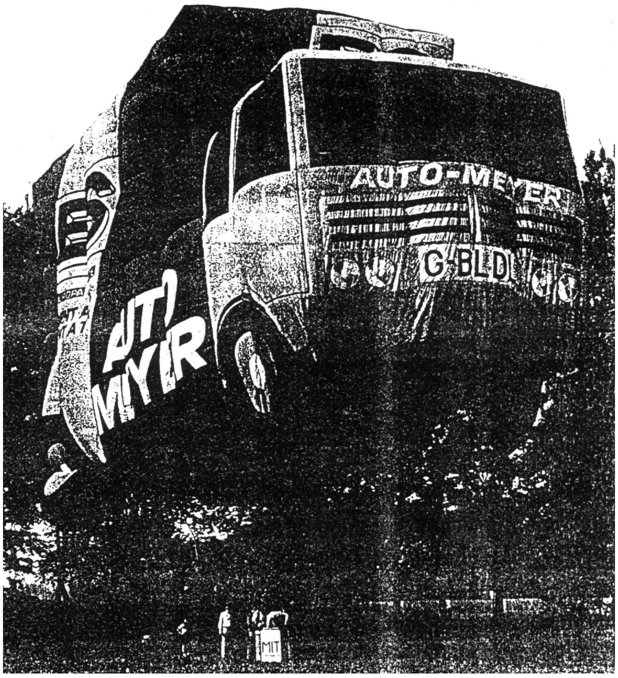
1. $V_{\text{Geldschein-Brikett}} = l \cdot b \cdot h = 15 \cdot 10 \cdot 6 \text{ cm}^3 = 900 \text{ cm}^3 = 0{,}9 \text{ dm}^3 = 0{,}9 \text{ l}$
   Ein Geldschein-Brikett hat nur ein Volumen von 0,9 l, ist also kleiner als ein Liter.

2. Die Höhe eines 50er-Stapels von 20-€-Scheinen wurde gemessen: ≈ 5 mm, ebenso Länge (13,3 cm) und Breite (7,2 cm).
   Oder Recherche bei wikipedia: 133 mm x 72 mm x 0,105 mm.

$V_{20\text{ €-Schein}} = l \cdot b \cdot h \approx 13{,}3 \cdot 7{,}2 \cdot 0{,}0105 \text{ cm}^3 = 1{,}00548 \text{ cm}^3$
In einem Geldschein-Brikett sind ungefähr 900/1,00548 ≈ 895 Scheine.

Ein Geldschein-Brikett war vor der Schnitzelei also rund 895 · 20 € = 17 900 € wert.

Luft-LKW



Fast 4000 Kubikmeter Heißluft geben dem Jumbo-Brummi von Helmut Meyer den Auftrieb.

Fliegender Brummi
Heiße Luft unter der Plane

Mit einem normalen runden Ballon "fällt man nicht genug auf", fand Helmut Meyer. Er entwarf also einen fliegenden LKW, den er dann bei einer englischen Ballonfirma in Auftrag gab. Und wenn Helmut Meyer heute mit dem größten Brummi Deutschlands über Westfalen fährt (mit einem Ballon fliegt man nicht, man "fährt"), ist ihm die Aufmerksamkeit seiner Zeitgenossen sicher. Der ungewöhnliche Heißluftballon ist immerhin 25 m lang und 10 m breit. Die Nutzlast des fliegenden Brummi: bis 3 Passagiere.

ADAC 9/84

■ Kann die Volumenangabe stimmen?

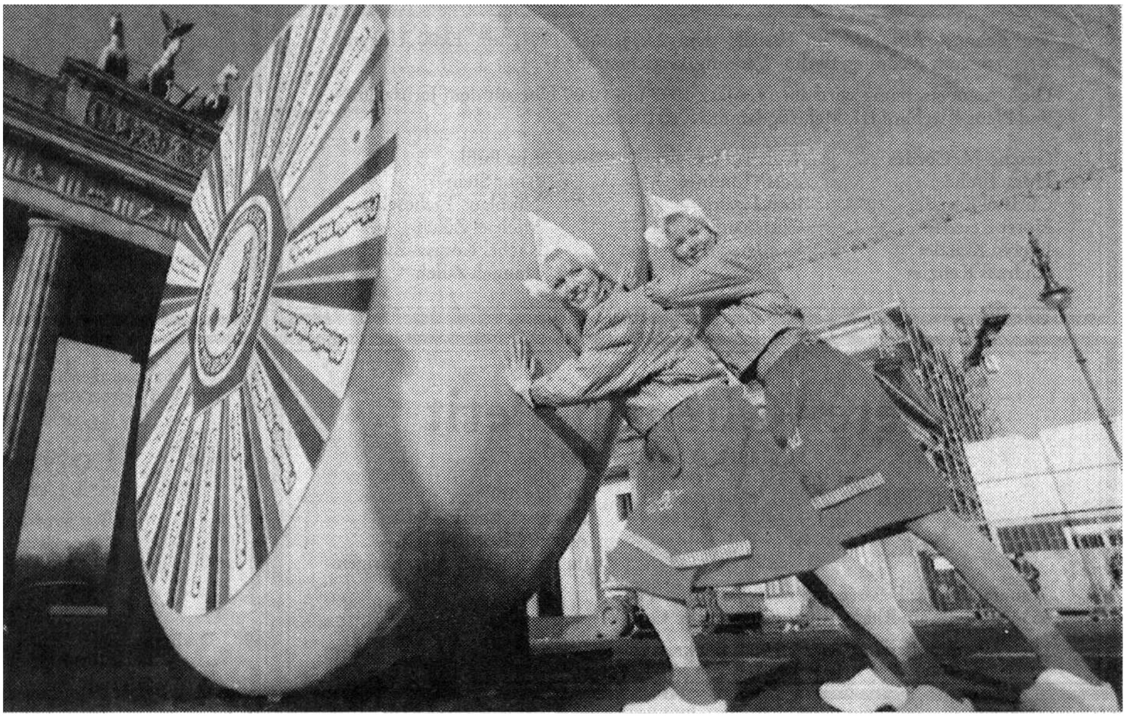
LÖSUNG

10 m Breite entsprechen im Bild rund 4 cm; 6 cm Höhe im Bild also rund 15 m.

$$V = a \cdot b \cdot c$$
$$= 25\text{ m} \cdot 10\text{ m} \cdot 14\text{ m}$$
$$= 3750\text{ m}^3$$

Fast 4000 m³ ist – grob gerechnet – richtig.

Käserolle



Der Käse am Brandenburger Tor: Werbeaktion der Niederländer zur "Grünen Woche".

Frankfurter Rundschau, 18.01.1997

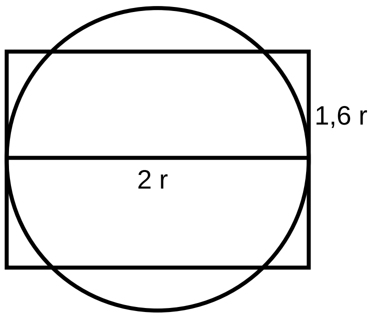
■ Schätze das Volumen des Käserades.

LÖSUNG

Ist der Käse rund 1,5 mal so hoch und 0,5 mal so breit, wie die käserollenden Frauen groß sind, so ergibt sich bei einer Körpergröße von etwa 1,80 m:

$d = 1{,}5 \cdot 1{,}80 \text{ m} = 2{,}70 \text{ m}$,
$h = 0{,}5 \cdot 1{,}80 \text{ m} = 0{,}90 \text{ m}$.

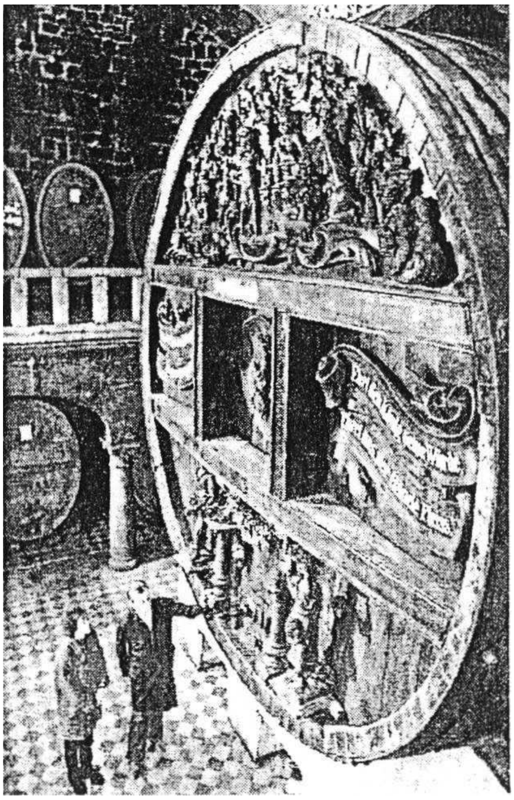
1. Quadernäherung
   Zählt man eine Kreisfläche z. B. auf Millimeterpapier aus, so wird sie gut durch ein Rechteck angenähert, das als Breite den Kreisdurchmesser hat und 1,6 r hoch ist.
   $V \approx 2{,}70 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}35 \cdot 0{,}9 \text{ m}^3 \approx 5{,}2 \text{ m}^3$



2. Zylindernäherung
   $V = \pi r^2 \cdot h \approx \pi \cdot (1{,}35 \text{ m})^2 \cdot 0{,}90 \text{ m} \approx 5{,}2 \text{ m}^3$.

Das Käserad hat ein Volumen von rund 5 m³.

Riesenfass



Rotkäppchen: In diesem 120 000-Liter-Fass wurde bis 1934 Cuvee für Rotkäppchensekt gemischt. Heute dient das Prachtstück in der Freyburger Sektkellerei nur noch als Besucherattraktion. Vor der Wende hatte der Betrieb 15 Millionen Flaschen Sekt im Jahr hergestellt. 1990 war der Absatz unter eine Million gefallen. Im nun zu Ende gehenden Jahr sind schon wieder rund neun Millionen Flaschen der fast hundertjährigen Traditionsmarke über die Ladentische gegangen.

BZ 31.12.1993

a) Wie lang ist das 120 000-Liter-Fass? Als Anhaltspunkt für den Durchmesser des Fasses nimm die auf dem Foto abgebildeten Personen.
b) Wie lang müsste das Fass bei gleicher Frontfläche sein, damit eine Jahresproduktion aus der Zeit vor der Wende darin Platz hätte?
c) Wie hoch müsste das Fass bei gleicher Länge sein, damit eine Jahresproduktion aus der Zeit vor der Wende darin Platz hätte?

LÖSUNGEN

a) Die Menschen sind im Bild rund 2,5 cm, real vielleicht 1,80 m groß. 1 cm entspricht also rund 70 cm. Damit entspricht der Innendurchmesser des Fasses von rund 8,5 cm:
$8{,}5 \cdot 70\text{ cm} \approx 6\text{ m}$ und $r \approx 3$ m.

■ Quadernäherung
Mit der Kreisflächennäherung durch ein Rechteck:
$A_{Kreis} \approx 2\,r \cdot 1{,}6\,r$ (s. Käserolle) ergibt sich:
$V \approx 2\,r \cdot 1{,}6\,r \cdot h$
$120 \approx 2 \cdot 3 \cdot 1{,}6 \cdot 3 \cdot h$
$h \approx 4{,}17$

■ Zylindernäherung
$V = \pi\, r^2\, h$ mit $V = 120\,000\text{ l} = 120\text{ m}^3$
$h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{120\text{ m}^3}{\pi \cdot (3\text{ m})^2} \approx 4{,}20\text{ m}$

Das Fass ist rund 4,20 m lang.

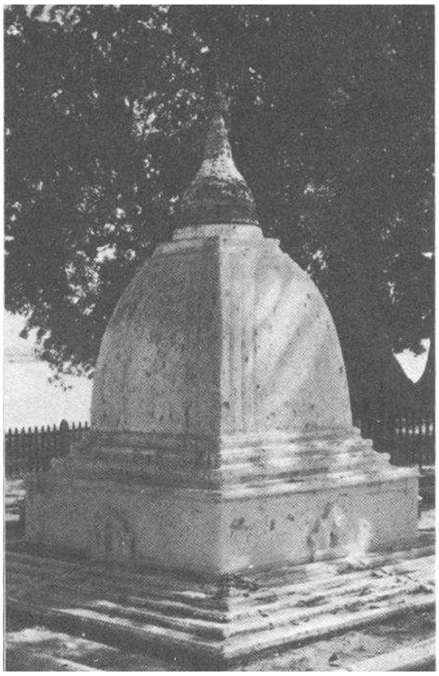
b) Es müssten 15 Mio. statt 120 000 l, also das $\left(\frac{15\,000\,000\text{ l}}{120\,000\text{ l}} =\right)$ 125-fache hineinpassen, wenn es 1-Liter-Flaschen waren. Bei gleicher Kreisfläche müsste das Fass also 125-mal so lang sein: $4{,}20\text{ m} \cdot 125 = 525$ m. Es müsste rund 500 m lang sein.

c) Zylinder: $15 \cdot 10^6\text{ dm}^3 = \pi \cdot r^2 \cdot 42\text{ dm}$
$r \approx 337\text{ dm} = 33{,}7\text{ m}$

Quader: $15 \cdot 10^6\text{ dm}^3 = 2\,r \cdot 1{,}6\,r \cdot 42\text{ dm}$
$r \approx 334\text{ dm} = 33{,}4\text{ m}$

Mit einem Durchmesser von rund 67 m wäre eine ganze Jahresproduktion unterzubringen.
Allgemein: Um welchen Faktor f muss der Radius vergrößert werden, wenn ein 125-faches Volumen untergebracht werden soll bei gleichem L:
$\pi \cdot (f \cdot r)^2\, h = 125 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow f = \sqrt{125} \approx 11{,}2$; also $r \approx 3\text{ m} \cdot 11{,}2 = 33{,}6$ m

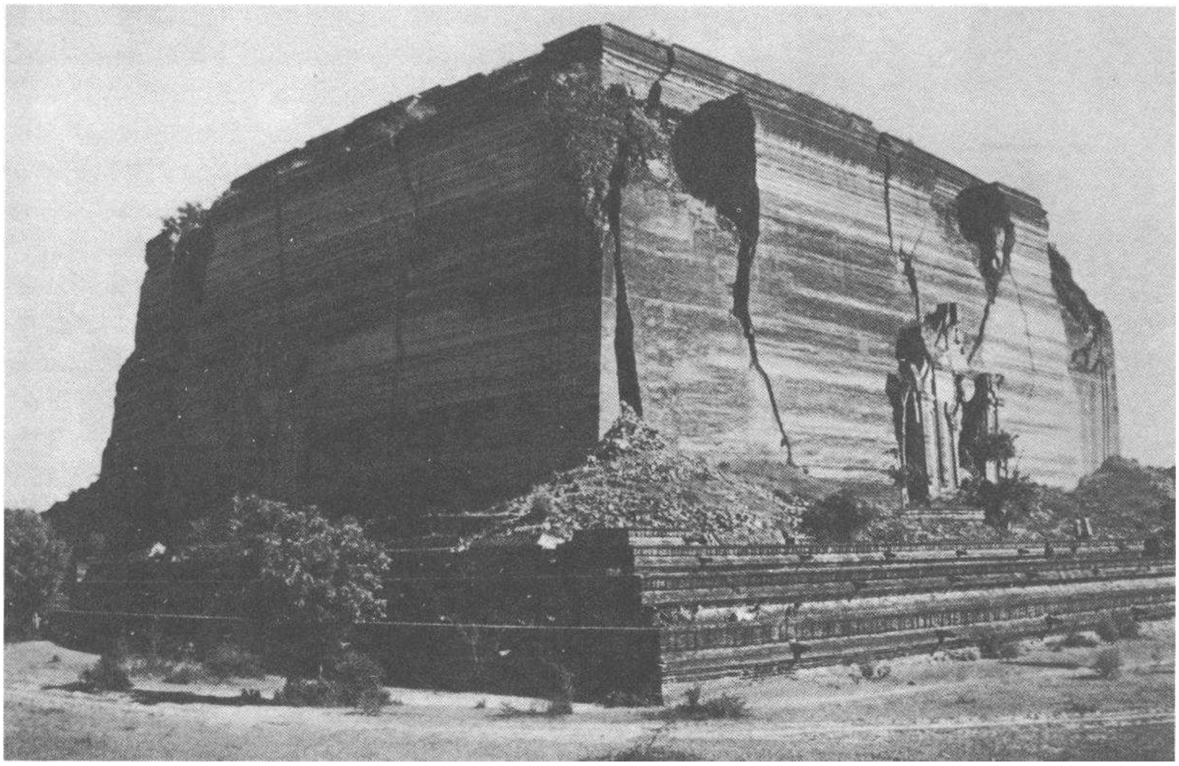
Pagoden-Plan



Die Pondaw-Pagode, das 5 m hohe Modell für die größte Pagode der Welt, steht am Ufer des Irradwaddy.

Im Jahre 1790 beschloss Bawdawpaya, König von Birma, in seinem Land das höchste Bauwerk der Welt bauen zu lassen, eine Pagode von 160 m Höhe. Im fernen Europa gab es damals einen Turm, der als höchstes Gebäude der Welt galt und 142 m hoch war: der Münsterturm zu Straßburg.

- Welches Steinvolumen war für die Modellpagode nötig?
- Wie viel wäre für die große Pagode nötig?
- Was ist übrig geblieben?



Der Sockel der unvollendet gebliebenen Pagode.
Er ist massiv und 50 m hoch. 1838 wurde er durch ein Erdbeben beschädigt.

1. Modellpagode

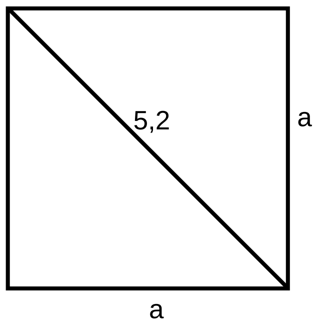
Samt Spitze ist die Modellpagode auf dem Bild rund 6 cm hoch. 1 cm entspricht also etwa 83 cm im Original.

Für den Quadersockel misst man eine Breite von etwa 2,6 cm, was wegen der Verkürzung geschätzt 4 cm entspricht bzw. 3,30 m im Original. Mit einer Höhe von rund 1 cm bzw. 83 cm ergibt sich für ihn ein Volumen von $V = 3{,}30\text{ m} \cdot 3{,}30\text{ m} \cdot 0{,}83\text{ m} \approx 9\text{ m}^3$

Die Kuppel darüber ist durch eine Pyramide mit derselben Grundfläche wie der Quader und einer Höhe von 4,5 cm bzw. 3,70 m anzunähern.
$V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}30\text{ m} \cdot 3{,}30\text{ m} \cdot 3{,}70\text{ m} \approx 13\text{ m}^3$

Die unteren Treppen kann man durch einen "mittleren" Quader mit der Breite 4 m und einer Höhe von 0,7 cm bzw. 0,6 m annähern:
$V = 4\text{ m} \cdot 4\text{ m} \cdot 0{,}6\text{ m} \approx 10\text{ m}^3$
Insgesamt ergibt sich mit diesen Schätzungen ein Steinvolumen von etwa 32 m³.

Unklar ist, wie die "nach hinten laufenden" Strecken perspektivisch verkürzt sind. Über die Diagonalen, die in der Bildmitte und unverkürzt dargestellt sind, lassen sich die Quaderseitenlängen aber bestimmen:



Der Quadersockel hat eine Diagonalenlänge von 5,2 cm.

Nimmt man die Sockelgrundfläche plausibel als Quadrat an, so ergibt sich a = 3,70 cm bzw. rund 3 m.

Eine mittlere Treppe (unten) hat eine Diagonalenlänge von rund 8,5 cm, was eine Seitenlänge von 6 cm ergibt bzw. 5m.
Mit den korrigierten Breiten ergeben sich die Volumina
$3 \cdot 3 \cdot 0{,}83\text{ m}^3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3{,}7\text{ m}^3 + 5\text{ m} \cdot 5\text{ m} \cdot 0{,}6\text{ m}^3 \approx 34\text{ m}^3.$

2. Gesamtpagode

Aus der Höhe von Treppe und Sockel der Modellpyramide von 1,4 m (zusammengesetzt aus 0,83 m und 0,6 m, s.o.) sind 50 m geworden (s. die Bildunterschrift), also wurde mit einem Vergrößerungsfaktor von rund 35 geplant.

Um den Faktor ändern sich Höhe, Breite und Länge. Das Volumen ändert sich entsprechend um $35 \cdot 35 \cdot 35 \approx 43\,000$.
Aus 40 m³ wären bei Vollendung der Pagode also etwa 1 720 000 m³ geworden.

3. Pagodenrest

Am Diagonalende in der Bildmitte ist die Pagode etwa 5,5 cm hoch, real 50 m.
1 cm entspricht also rund 9 m. Die 7 cm Breite bedeuten wegen der perspektivischen Verkürzung geschätzt 10 cm bzw. 90 m.
$V = 90\text{ m} \cdot 90\text{ m} \cdot 50\text{ m} \approx 400\,000\text{ m}^3$

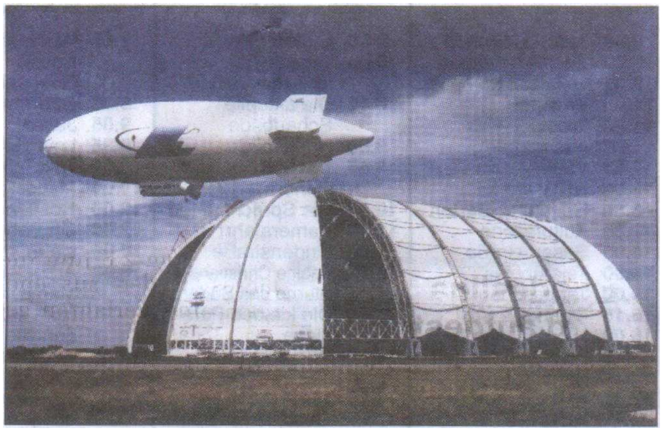
Vergleich mit dem Vergrößerungsmaßstab (1:35)
Sockelvolumen: $3{,}3 \cdot 3{,}3 \cdot 0{,}83\text{ m}^3 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 35 = 390\,000\text{ m}^3$
Die Daten passen grob zueinander.

Eine rund 9 cm lange "mittlere" Treppe ist wegen der Verkürzung geschätzt 13 cm lang bzw. rund 115 m. Die Höhe am Diagonalende von rund 1,3 cm bedeutet real knapp 12 m.
$V = 115\text{ m} \cdot 115\text{ m} \cdot 12\text{ m} \approx 160\,000\text{ m}^3$

Vergleich mit dem Vergrößerungsmaßstab (1:35)
Treppenvolumen: $4 \cdot 4 \cdot 0{,}6\text{ m}^3 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 35 \approx 410\,000\text{ m}^3$
Das ist deutlich mehr als oben abgeschätzt. Das liegt daran, dass die Treppe im Modell wesentlich breiter angelegt ist.

Übrig geblieben ist insgesamt rund 560 000 m³.

Luftschiff



Eröffnet wird am kommenden Samstag die imposante Werfthalle der Cargo-Lifter AG im brandenburgischen Brand. Über der größten freitragenden Halle der Welt schwebt ein Luftschiff. Derartige Zeppeline sollen künftig in Serie in der Halle gefertigt werden.

Westfälische Nachrichten, 20.11.2000

Der Bau ist 360 m lang, 210 m breit und 107 m hoch.

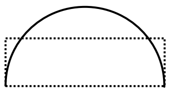
nach: Frankfurter Rundschau, 18.11.2000

1. Bestimme das Volumen der Halle.
2. Welches Füllvolumen hat der Zeppelin?

LÖSUNG

1. a) Quadernäherung
Da die Höhe in etwa der halben Breite entspricht, ist der Mittelteil als Halbzylinder, die beiden Kuppelenden zusammen als Halbkugel anzunähern.

Mittelteil: Halbzylinder
Das Mittelteil ist rund 360 m - 105 m - 105 m = 150 m lang.



h

210 m

Den Querschnitt-Halbkreis kann man durch ein Rechteck mit der Breite 210 m abschätzen. Die Höhe beträgt etwa 80 % der Halbkreishöhe: 84 m.
Das kann man z. B. durch Auszählen von mm^2 auf mm-Papier bestätigen.
$V = 150\text{ m} \cdot 210\text{ m} \cdot 84\text{ m} \approx 2\,650\,000\text{ m}^3$

Kuppelenden: zusammen eine Halbkugel
Schätzt man den Bodenkreis entsprechend der Schätzung oben durch ein Quadrat mit 160 % der Radiuslänge ab und mit mittlere Höhe mit 80 % · r, so ergibt sich:
$V = 1{,}6 \cdot 105 \cdot 1{,}6 \cdot 105 \cdot 0{,}8 \cdot 105 \approx 2\,370\,000\text{ m}^3$.
Insgesamt hat die Halle ein Innenvolumen von rund 5 Millionen m^3.

b) Zylinder, Kugelvolumen
Rechnet man mit r = 105 m, h = 150 m, so ergibt sich:
$V_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 105^2 \cdot 150\text{ m}^3 + \frac{2}{3}\pi\, 105^3\text{ m}^3 \approx 5\text{ Mio. m}^3$.

2. Die 107 m hohe Halle ist im vorderen Bereich, wo der Zeppelin fliegt, rund 2,3 cm hoch. 1 cm entspricht rund 47 m.

a) Quadernäherung
Man kann den Zeppelin symmetrisch annähern, heißt: man lässt ihn hinten wie vorne rund enden, verkürzt ihn dafür auf eine Gesamtlänge von 4 cm bei einer "Dicke" von 1 cm.
Die Rundung vorne und hinten lässt sich zusammen durch eine Kugel annähern. Der Zwischenteil durch einen Zylinder.

Zylindernäherung
Mit den angenommenen Kugelenden ist der Mittelteil 3 cm lang bzw. rund 140 m. Mit der Halbkreis-Schätzung in 1. a) ergibt sich hier mit $r = 0{,}5\text{ cm} \notin 24\text{ m}$
$V = 48 \cdot 1{,}6 \cdot 24 \cdot 140\text{ m}^3 \approx 260\,000\text{ m}^3$.

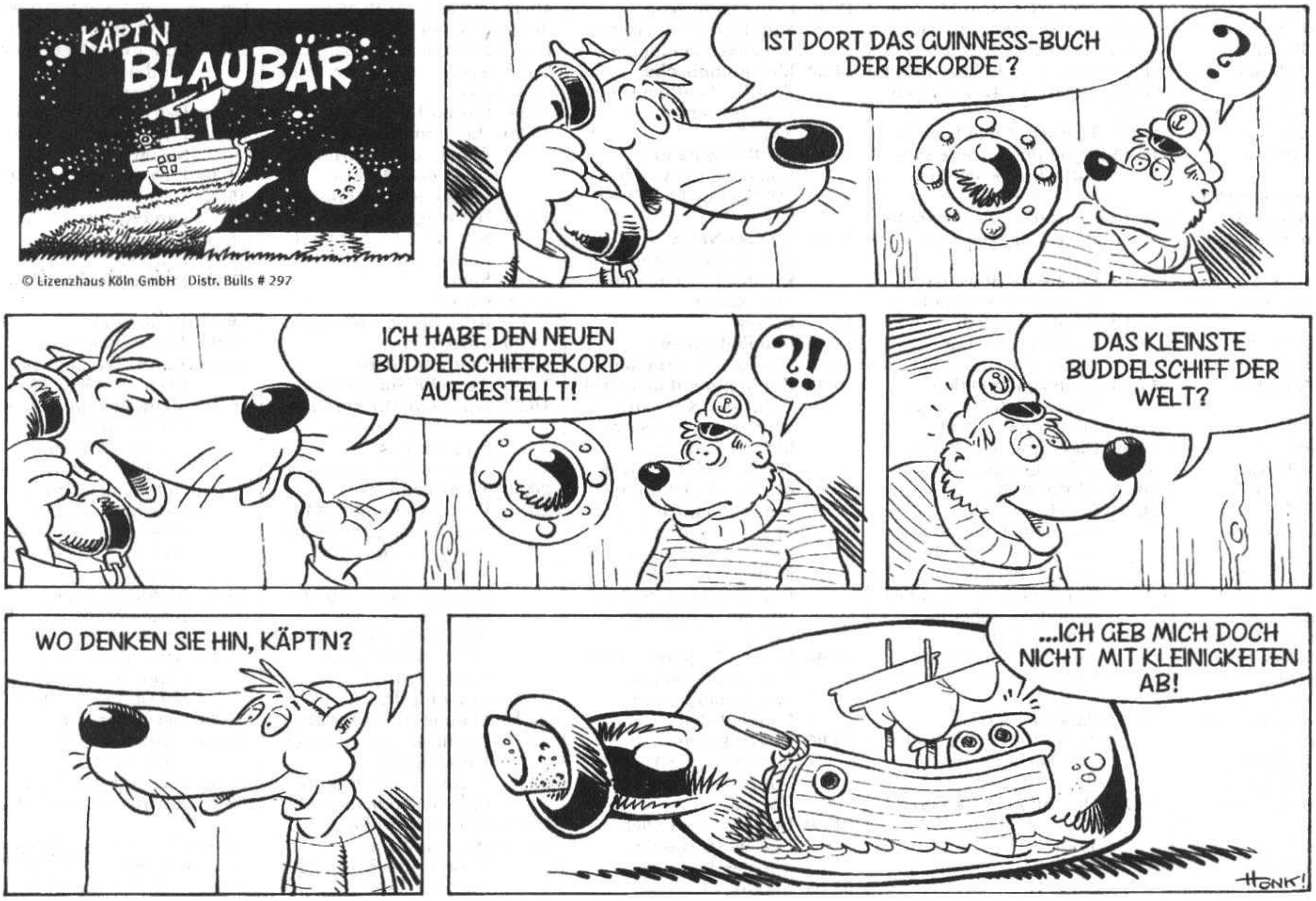
Kugelnäherung
Mit der Halbkugelnäherung in 1a ergibt sich hier entsprechend
$V = 1{,}6 \cdot 24 \cdot 1{,}6 \cdot 24 \cdot 1{,}6 \cdot 24\text{ m}^3 \approx 57\,000\text{ m}^3$

Mit dieser Näherung ergibt sich ein Zeppelinvolumen von knapp $320\,000\text{ m}^3$.

b) Zylinder-, Kugelnäherung
Mit $r = 24$ m und $h = 140$ m ergibt sich
$V_{gesamt} = \pi \cdot 24^2 \cdot 140\text{ m}^3 + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 24^3\text{ m}^3 \approx 250\,000\text{ m}^3 + 58\,000\text{ m}^3 \approx$
$310\,000\text{ m}^3$
Die Größenordnungen der Ergebnisse passen zueinander.

c) Ellipsoid-, Zylindernäherung
Der Zeppelin ist im vorderen Teil eher ein halbes Ellipsoid, das erst nach 1 cm die maximale Dicke von 1 cm erhält und nicht schon nach 0,5cm wie beim Halbkreis. Macht man die symmetrische Annahme wie oben, so bleibt für den "Mittelzylinder" eine Länge von 2 cm.
Zylindervolumen: $V = \pi \cdot 24^2 \cdot 2 \cdot 47\text{ m}^3 \approx 170\,000\text{ m}^3$
Ellipsoidvolumen: $V = \pi \cdot a \cdot b^2$ mit $a \approx 1 \cdot 47$ m und $b \approx 47\text{ m} : 2 \approx 24$ m
$V \approx 85\,000\text{ m}^3$
$V_{gesamt} \approx 255\,000\text{ m}^3$
Durch die realistische "Abflachung" an den Enden ergibt sich deutlich weniger Volumen als in b.

Buddelschiffrekord



Schätze das Volumen der Buddelschiff-Flasche, die tatsächlich Guinness-Buch-Rekord-verdächtig wäre.

LÖSUNG

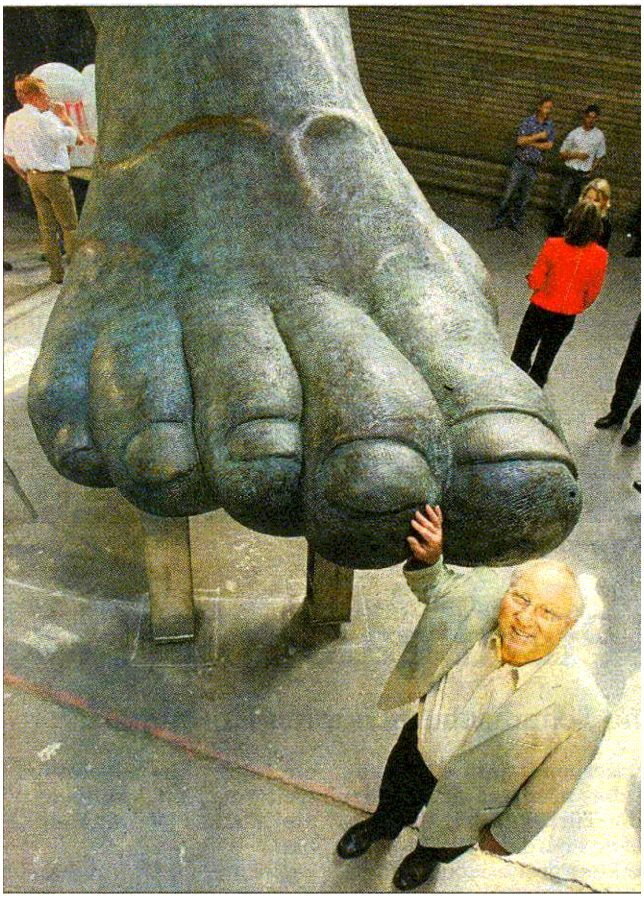
a) Nimmt man Käpt'n Blaubär und Hein Blöd mit normaler Menschengröße an, so ist der 0,6 cm hohe Kajütenaufbau hinten auf dem Schiff wegen der Stehhöhe rund 2,50 m hoch. 1 cm entspricht also rund
4,20 m. Das Schiff mit Masten bzw. der Flaschendurchmesser entsprechen dann 15 m, die Flasche (ohne Hals) etwa 25 m lang.
Als Zylindernäherung ergibt sich:
$V = \pi\, r^2\, h = \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 25 \approx 4418$
Samt Flaschenhals ergäbe sich eine Riesenflasche mit einem Volumen von rund 4500 m³.

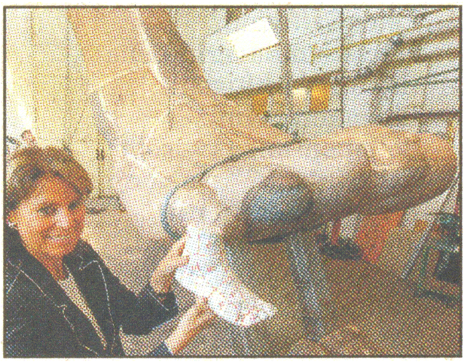
b) Oder: Der Kopf von Käpt'n Blaubär hat etwa die Größe wie das Kajütenbullauge (Bild Mitte links). In der Flasche hat das Kajütenbullauge 3 mm Durchmesser. Hat der Käpt'n eine Kopfgröße, die Menschen mit etwa 30 cm ähnelt, so sind alle Abmessungen der Flasche mit 100 zu multiplizieren. 1 cm entspricht dann 1 m.
$V = \pi \cdot 1{,}75^2 \cdot 6 \text{ m}^3 \approx 58 \text{ m}^3$.

c) Der Zusammenhang der unterschiedlichen Schätzungen: In a) ist der Maßstab 1:420; in b) 1:100. Die Längen in a) sind alle 4,2 mal so groß wie in b). Dann sind die Volumina $4{,}2^3 \approx 74$ mal so groß. Das passt zu den grob gerundeten Zahlen, denn $4418 : 59 \approx 76$.

Übrigens: Der Blöde wäre hier ja wohl der Käpt'n, der nichts von Hein Blöds Basteleien gemerkt hat.

Uwe Seelers Fuß





Dort, wo seit 60 Jahren zierliche Bambis für Deutschlands Promis gegossen werden, ist ein überdimensionaler Fuß von Fußballidol Uwe Seeler entstanden. In Süßen (Baden-Württemberg) hat eine Kunstgießerei den 3,9 Tonnen schweren Fußballerfuß am Donnerstag vorgestellt. Die Bronzeskulptur soll von Ende August an die AOL Arena in Hamburg schmücken. Vier Monate haben die Profis für den mehr als fünf Meter langen und hohen Fuß gebraucht. Am 1. August soll der Fußballer in Süßen die Skulptur entgegennehmen. Seeler ist Hamburger Ehrenbürger.

Westfälische Nachrichten, 15.07.2005

UWE SEELER hat am Montag die "XXL-Ausgabe" seines rechten Fußes in der Kunstgießerei Strassacker in Baden-Württemberg begutachtet. Das 3,9 Tonnen schwere und mehr als fünf Meter hohe Bronzewerk soll künftig den Eingang der AOL-Arena in Hamburg zieren. Am besten gefiel dem Ehrenspielführer der deutschen Fußball-Nationalmannschaft die detailgetreue Abbildung der Narben, mit denen sein Fuß übersät ist.

Westfälische Nachrichten, 02.08.2005

1. Vergleiche die Länge mit dem realen Fuß von Uwe Seeler.
   Welche Fußball-Schuhgröße bräuchte der Bronzefuß?
   Info: Ist x die Fußlänge in cm, so ergibt sich die Schuhgröße y durch $y = 1,5\ x$.

2. Welches Volumen hat der Fuß etwa?
   I. Mache Selbstversuche.
      Tipps: Tauche deinen Fuß z. B. in Wasser.
      Überlege vorher, wie hoch es nach dem Eintauchen stehen muss; s. Text!

   II. Oder versuche eine grobe rechnerische Näherung des Volumens.

   Zu I/II: Überlege, wie du aus deiner Fußlänge und dem ermittelten Volumen auf das Volumen des Riesenfußes schließen kannst.

3. Berechne die Dichte von Bronze ($\not\subset$ in g pro cm³) aus der Massenangabe und dem Volumen von oben.

   Info: Bronze besteht zu 78 % aus Zinn (Dichte: 7,31 g pro cm³) und zu 22 % aus Kupfer (8,92 g pro cm³).

   Ist der Fuß hohl? Falls ja, zu welchem Teil?

1. Wenn Uwe Seelers Fuß rund 25 cm lang ist (Schuhgröße 37 bis 38), dann ist der Bronzefuß 20-mal so groß. Ist er im Original 30 cm (Schuhgröße 45) lang, so ist der Bronzefuß 17-mal vergrößert.
   $y = 1{,}5 \cdot 500 = 750$. Für den Riesenfuß wäre eine Schuhgröße von 750 nötig!

2. I. Mein Fuß (26 cm lang) hat bei 26 cm Eintauchtiefe (Länge ≈ Höhe, s. Artikel) rund 2,25 l Wasser verdängt: z. B. in einem genügend großen Gefäß den Wasserstand mit Fuß auf 26 cm auffüllen und markieren, den Wasserstand ohne Fuß mit einem Messbecher bis zur Markierung auffüllen
   II. Nähere ich den Fuß grob als Quader an und das Bein als Zylinder, so ergibt sich mit geschätzten Mittelwerten
   $V = 26 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} + \pi \cdot 4^2 \cdot (26 - 5) \text{ cm}^3 \approx 2{,}2 \text{ l}$.

   Aus dem Verlängerungsfaktor von $\frac{500}{26} \approx 19{,}2$ ergibt sich ein Volumen-Änderungs-Faktor von $19{,}2^3 \approx 7000$.
   Der Bronzefuß hat ein Volumen von rund
   $V_I \approx 2{,}25 \text{ l} \cdot 7000 = 15{,}75 \text{ m}^3$ bzw. $V_{II} \approx 2{,}2 \text{ l} \cdot 7000 \approx 15{,}4 \text{ m}^3$.
   Das Volumen des riesigen Fußes liegt bei rund $15{,}5 \text{ m}^3$.

3. Dichte von Bronze = $(0{,}78 \cdot 7{,}31 + 0{,}22 \cdot 8{,}92) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 7{,}66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.
   Berechnete Dichte: $\frac{3{,}9 \text{ t}}{15{,}5 \text{ m}^3} \approx 0{,}25 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 0{,}25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
   Die "Bronze" würde schwimmen, da ihre Dichte unter der des Wassers ($1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) liegt. Der Fuß muss hohl sein!
   Da die Dichte um den Faktor $\frac{7{,}66}{0{,}25} \approx 30$ zu klein ist, füllt die Bronze nur rund $\frac{1}{30}$ des Fußvolumens, der Rest ist Luft.

Aufgeblasen

Zwei Chinesinnen transportieren Erdgas in einem Kunststoffballon ab, das sie zuvor an einer Förderstelle illegal abgezweigt hatten. In ländlichen Gebieten Chinas stehen solche Diebstähle für den "Hausgebrauch" auf der Tagesordnung. Eine Ration wie diese reicht etwa zwei Wochen. Allerdings kommt es durch unsachgemäßen Umgang mit den Gasblasen immer wieder zu Explosionen in den Dörfern rund um die Förderstätten. Die Folgen sind schwere Verbrennungen, oft mit tödlichem Ausgang.

Frankfurter Rundschau, 05.09.2005

Wie viel m³ gestohlenes Gas tragen die beiden Chinesinnen nach Hause?

LÖSUNG

Man kann den Gasballon grob als Zylinder annähern – im ersten Anlauf.

Durchmesser: Der Durchmesser ist etwa 10 % größer als die vorne tragende Frau.
Länge: Wegen des perspektivisch aufgenommenen Bildes lässt sich die Länge nicht "abmessen". Der Ballon ist vom optischen Eindruck 2- bis 3-mal so lang wie hoch.

Größe der Frau (in m)	1,60			1,65			1,70			1,75		
Durchmesser (in m)	1,76			1,82			1,87			1,93		
Länge (in m)	3,52	4,40	5,28	3,64	4,55	5,46	3,74	4,68	5,61	3,86	4,83	5,79
Volumen (in m³)	8,56	10,70	12,85	9,47	11,84	14,20	10,27	12,85	15,41	11,29	14,13	16,94

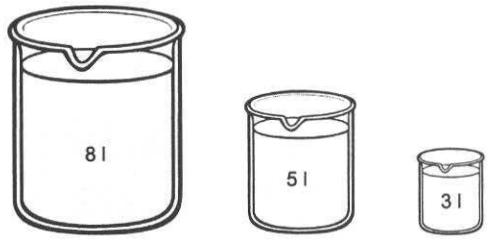
Als Länge ist jeweils das 2-, 2,5- und 3-fache des Durchmessers berechnet.

Je nach Größe der Frau und geschätzter Ballonlänge ergibt sich ein Volumen zwischen rund 8,5 m³ und 17 m³ Gas.

Da die Ausgangsdaten nur sehr unsicher zu schätzen sind, kann ein genaueres Modell – wie Ellipsoidansatz o. ä. – nicht zu wesentlich genaueren Ergebnissen führen.

Fassungsvermögen

Ein Gefäß mit einem Fassungsvermögen von genau 8 Litern ist mit einem guten Wein gefüllt. Zwei Freunde wollen sich den Wein gerecht teilen. Der eine hat ein Gefäß, das genau 3 Liter fasst. Der andere hat ein 5-Liter-Gefäß.



aus: Udo Quak, Fundgrube für den Mathematikunterricht, Cornelsen, Berlin 1998, S. 173
zitiert nach: mathematik lehren, Heft 126, Oktober 2004, S. 66

a) Beurteile die Darstellung.
b) Wie könnte eine korrekte Abbildung aussehen?
c) Löse das Teilungsproblem mit möglichst wenigen Umschüttungen.

LÖSUNGEN

a) Gefäß 1 (8 l): d = 2 cm, h = 1,9 cm; V ≈ 6,00 cm³
Gefäß 2 (5 l): d = 1,2 cm, h = 1,1 cm; V ≈ 1,24 cm³
Gefäß 3 (3 l): d = 0,75 cm, h = 0,7 cm; V ≈ 0,31 cm³
$\frac{6}{1{,}24} \approx 4{,}8; \; \frac{1{,}24}{0{,}31} = 4$
Das Verhältnis der Volumina müsste 8:5 und 5:3 betragen, es beträgt aber rund 4,8:1 und 4:1. Oder statt 8:5:3 ergibt sich 19,2:4:1.

b) Wählt man als Grundfläche bei allen 3 Gefäßen einen Kreis mit 2 cm Durchmesser (wie beim 8 l-Gefäß), dann müssen nur die Höhen angepasst werden – im Verhältnis 8:5:3; z. B. 4 cm, 2,5 cm und 1,5 cm.
Wählt man wie in dem vorgegebenen Bild immer dasselbe Verhältnis von Höhe und Durchmesser, d. h. sollen die Gefäße ähnlich sein, dann müssen sich wegen der Volumendarstellung die Längen verhalten wie $\sqrt[3]{8} : \sqrt[3]{5} : \sqrt[3]{3}$ bzw. 2:1,71:1,44.
Z. B. könnten die Zahlen als cm-Angaben für Höhe und Durchmesser gelten.

c) "Umschüttung" heißt: das abgebende Gefäß wird vollständig geleert oder das empfangende Gefäß wird ganz gefüllt.

Umschüttung	Gefäß A	Gefäß B	Gefäß C
	8	0	0
A → B	3	5	0
B → C	3	2	3
C → A	6	2	0
B → C	6	0	2
A → B	1	5	2
B → C	1	4	3
C → A	4	4	0

Falls ein Zusatzgefäß D zur Verfügung steht ohne jede Bemaßung, dann geht es einfacher: Die 2 Liter in B (3. Zeile) werden in D umgefüllt. Nach Umschütten der 3 Liter von B nach A wird dasselbe von Anfang an wiederholt, so dass dann D 4 Liter enthält und A und C die restlichen 4 Liter, die man z. B. in A zusammenführen kann.

Größter Schneemann

Welches Schneevolumen hat Jakob, der 21.?

Er heißt "Jakob, der 21." und steht auf dem Marktplatz von Bischofsgrün im Landkreis Bayreuth. Mit seinem Bauchumfang von 32 Metern und einer Höhe von 12,36 Meter ist "Jakob" nach Angaben des Fremdenverkehrsamtes der größte Schneemann, der in Deutschland gebaut wurde. Die Länge des Schales beträgt elf Meter. Am Rosenmontag findet dort das traditionelle Schneemannsfest statt.

Westfälische Nachrichten, 27.02.2006

LÖSUNGEN

1. a) Durchmesser: $d = \frac{32\text{ m}}{\pi} \approx 10{,}2\text{ m}$
   Durchmesser im Bild: 3,5 cm
   Maßstab Original-Bild: $\frac{10{,}2\text{ m}}{3{,}5\text{ cm}} \approx 2{,}91$ m pro cm

   b) Höhe: $h \approx 12{,}36$ m
   Höhe im Bild: 4,2 cm (Vorsicht: ohne Kirchturm, aber mit Hut!)
   Maßstab Original-Bild: $\frac{12{,}36\text{ m}}{4{,}2\text{ cm}} \approx 2{,}94$ m pro cm

   c) Größe der Person, geschätzt: 1,60 m (hier ohne Schuhe, sonst 1,80 m)
   Größe der Person im Bild: 1,2 cm
   Maßstab Original-Bild: $\frac{1{,}60\text{ m}}{1{,}2\text{ cm}} \approx 1{,}33$ m pro cm

   Die Durchmesser- und Höhenangaben führen in etwa auf denselben Maßstab von 1:290.
   Die Person im Vordergrund liefert dagegen 1:130. Er müsste bei dem Maßstab rund $1{,}2\text{ cm} \cdot 1{,}60\,\frac{\text{m}}{\text{cm}} \approx 3{,}50$ m groß sein. Der Unterschied im Maßstabsergebnis liegt vermutlich daran, dass nicht genau zu erkennen ist, wie weit die Person vor dem Schneemann steht. Dadurch kommt es zu perspektivischer Verzerrung.

2. Trotz der Unklarheit in 1. wird mit den Daten des Artikels weiter gerechnet.
   Große Kugel unten: Nähert man sie als Halbkugel an, so ergibt sich:
   $V_u = \frac{2}{3}\,\pi\, r^3 = \frac{2}{3}\,\pi \cdot 5{,}1^3 \approx 278$
   Die mittlere Kugel hat im Bild einen Durchmesser von $d_{Bild} \approx 1{,}4$ cm, also real
   $d_{real} \approx 1{,}4\text{ cm} \cdot 2{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{cm}} \approx 4{,}1\text{ m}$

$V_m = \frac{4}{3}\,\pi \cdot 2{,}05^3 \approx 36{,}1$

Die obere Kugel hat im Bild einen Durchmesser von $d_{Bild} \approx 0{,}8$ cm, also real

$d_{real} \approx 0{,}8 \text{ cm} \cdot 2{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{cm}} \approx 2{,}3 \text{ m}$

$V_o = \frac{4}{3}\,\pi \cdot 1{,}15^3 \approx 6{,}4$

Insgesamt: $V_{Schnee} = V_u + V_m + V_o \approx 320 \text{ m}^3$
Für Jakob, den 21., wurden rund 320 m³ (verdichteter) Schnee zusammengekarrt.

Variationen/Modellverfeinerungen

- Die untere Kugel scheint etwas größer als eine Halbkugel zu sein.
- Die mittlere Kugel ist zweifach, die untere und obere einfach abgeplattet, wo sie aufeinander liegen.

Größter Teddy

Er lächelt freundlich, hat ein goldigbraunes Fell und eine dicke rote Schleife mit weißen Punkten um den Hals. Vor allem ist er aber riesig, denn er ist der größte Teddybär der Welt. "Mit einer Größe von 5,40 Meter und einem Gewicht von 500 Kilogramm hat es der plüschige Spielkamerad ins Guinness-Buch der Rekorde geschafft", sagt Kathrin Panne. Sie hat eine Teddy-Ausstellung in Celle in Niedersachsen organisiert. Dort ist auch der Riesenteddy seit Donnerstag zu sehen.

5,40 Meter groß und 500 Kilo schwer: der Riesen-Teddy.

Damit das große Stofftier nicht zusammenfällt, hat er unter seinem Kuschelfell ein Gerüst aus Stahl. Und er ist in Celle in guter Gesellschaft. Denn in der Ausstellung sind noch viele andere Teddys zu sehen. "Jeder Teddy hat seine ganz eigene Geschichte", erklärt Kathrin Panne. Es gibt zum Beispiel andere berühmte Bären wie Winnie the Pooh, Käpt'n Blaubär, Balou aus dem Dschungelbuch oder den Eisbären Knut. Aber auch der Teddy von Mr. Bean oder der Bussibär sind dabei. Der älteste Teddy der Ausstellung ist über 100 Jahre alt.

In einer Streichelabteilung darf man einzelne Plüschtiere anfassen. Die Ausstellung im CeIler Bomann-Museum geht bis zum 30. März 2008. (dpa)
www.bomannmuseum.de

Westfälische Nachrichten, 01.12.2007

Schätze sein Volumen.

LÖSUNG

Ansatz I: Ähnlichkeit zum Menschen

Ein 1,80 m großer Mensch wiegt angenommen 80 kg. Da der Mensch schwimmt, hat er in etwa die Dichte wie Wasser: 1 kg entspricht 1 l. Der Mensch hat also rund 80 l Volumen.

Der Teddy ist mit 5,40 m 3-mal so groß, entsprechend 3-mal so breit und lang. Sein Volumen wäre also 3 · 3 · 3 = 27mal so groß; 80 l · 27 = 2160 l = 2,16 m³.
Aber der Teddy hat im Vergleich einen viel größeren Kopf, dickere Arme und Beine …

Ansatz II: Zylinder- und Kugelnäherung

Bauch: Ist Frau Panne 1,80 m groß, so hat der Zylinderbauch dieselbe Höhe. Die 4 m Höhe im Bild bedeuten dann: 1 cm entspricht 45 cm. Nimmt man die Bauchdicke mit maximal 2,5 cm, im Durchschnitt mit 2 cm an, so hat der Teddy einen Zylinderbauchdurchmesser von rund 90 cm.

$V_{Bauch} \approx \pi \cdot 45^2 \cdot 180 \text{ cm}^3 \approx 1{,}15 \text{ m}^3$

Arme: Die Arme sind nicht gut zu sehen. Nimmt man sie mit einer Länge von 1 m an und misst den Durchmesser von 1 cm (links hinten), so ergibt sich:

$V_{Arme} = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{45}{2}\right)^2 \cdot 100 \text{ cm}^3 \approx 0{,}32 \text{ m}^3$

Beine: die Beine sind mit 1,2 cm etwas dicker und rund 3 m lang, da der abgebildete Teddy 6 cm $\notin$ 2,70 m hoch ist. Bis zur Gesamtgröße von 5,40 m fehlen noch 2,70 m. Da die Beine an der Seite beginnen und nicht unter dem Bauch, müssen sie noch etwas länger sein, vermutlich etwa 3 m.

$V_{Beine} = 2 \cdot \pi \cdot (1{,}2 \cdot 45 : 2)^2 \cdot 300 \text{ cm}^3 \approx 1{,}37 \text{ m}^3$

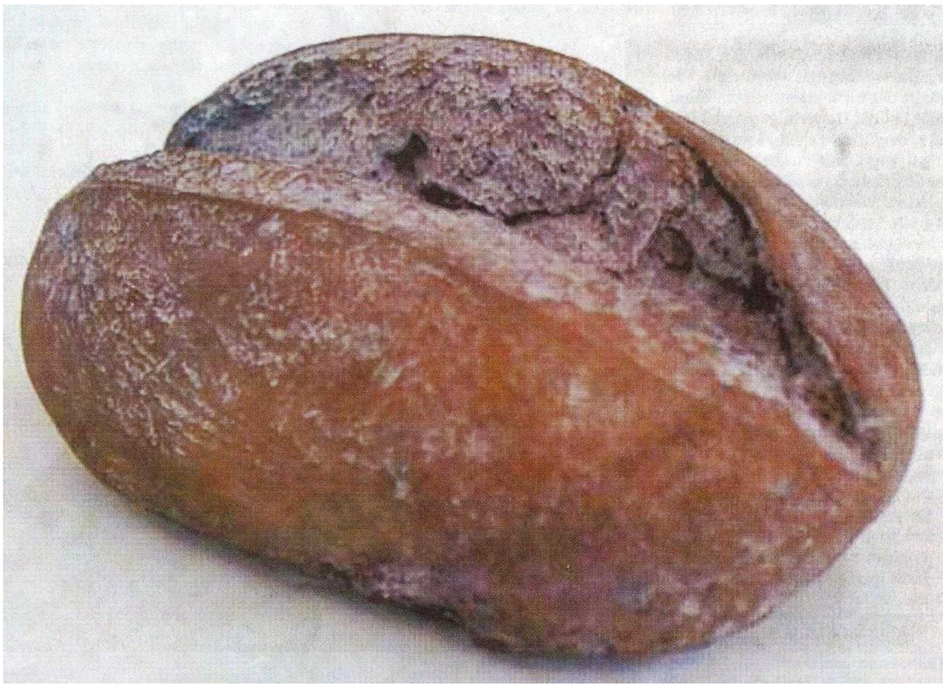
Kopf: Den Kopf nähere als Kugel mit einem durchschnittlichen Durchmesser von 2,5 cm $\notin$ 112 cm an.

$V_{Kopf} \approx \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 56 \text{ cm}^3 \approx 0{,}74 \text{ m}^3$

$V_{gesamt} \approx 3{,}6 \text{ m}^3$

Vergleich:
Da der Teddy im Vergleich zum Menschen einen viel größeren Kopf und dickere Arme und Beine hat, ist das Volumen nach Ansatz II plausibel um rund 64 % größer
(3,6 : 2,2 $\approx$ 1,64 $\notin$ + 64 %).

B-Brötchen



Dieses Brötchen von Thomas Rentmeister heißt "B-Brötchen", ist ganz klein (5 x 12 x 8 cm) und aus Bronze.

Einige Kühlschränke sind zu einem scharfkantigen Block getürmt, wie man es von den Eisgemälden Caspar David Friedrichs kennt, die Ritzen und Fugen sind mit Penatencreme verspachtelt. Einen Raum weiter wurden vier Nutella-Hundehaufen auf's Kunstpodest gesetzt, und im Lichthof grüßen Kartoffelchips und Erdnussflips, jeweils zu mannshohen Pyramiden aufgeschüttet, den Besucher.
So viel Kindheit war nie im Dortmunder Museum am Ostwall, und spätestens vor einem sorgsam mit Zahnpasta bespritzten Spiegel klingt der unglückliche Ausstellungstitel *Die Löcher der Dinge* auch ein wenig nach Karius und Baktus. An löchrige Zähne erinnern die Werke des Bildhauers Thomas Rentmeister gleichwohl nur auf den ersten Blick. Beim zweiten Hinsehen erschließt sich regelmäßig eine Materialsymbolik, die Spiel und Ernst auf schöne Art verbindet.
Bei Thomas Rentmeister gehen die entgegen gesetzten Stilrichtungen eine Synthese ein: Er verarbeitet Stoffe, die mit der Zeit zerfallen, aber gleichzeitig als industrielle Kunstprodukte eine längere Halbwertzeit besitzen.

Frankfurter Rundschau, 10.02.2006

Thomas Rentmeister verarbeitet auch Stoffe, die richtig lange halten, wie das Brötchen oben.

Schätze und berechne sein Volumen und seine Masse.
Vergleiche die Daten mit denen eines normalen Brötchens.

Erweiterung
Versuche eine genaue Näherung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm.

A – Volumen

1. Näherung – Zylinder: Ein halber (liegender) Zylinder mit h = 12 cm; r = 4 cm. Der hat zwar nicht die vorgegebene Höhe von 5 cm, ist dafür aber an den Enden nicht abgeflacht. Die Fehler gleichen sich (vielleicht) in etwa aus.

   $V = \frac{1}{2}\pi r^2 h = \frac{1}{2}\pi \cdot 4^2 \cdot 12 \approx 301{,}6 \approx 300.$

   Mit dieser Näherung hätte das Bronze-Brötchen ein Volumen von rund 300 cm³.

2. Näherung – Halb-Ellipsoid

   Info: $V = \frac{2}{3}\pi a b^2$ mit a: halbe Länge; b: halbe Breite = Höhe

   Der Körper hat wieder die halbe Breite als Höhe, flacht aber zu den Enden ab.
   a = 6 cm; b = 4 cm; h = 4 cm
   $V \approx 201$
   a = 6 cm; b = 5 cm; h = 5 cm
   $V \approx 314$
   a = 6 cm; b = 4,5 cm; h = 4,5 cm
   $V \approx 254$
   Ein mittlerer Wert, der den Breite/Höhe-Fehler ausgleicht, liegt bei rund 250 cm³. Das Ergebnis aus dem ersten Näherungs-Ansatz ergibt sich (grob gerundet) nur, wenn die Höhe klar zu groß ist.

3. Zusammen
   Als realistischer Wert ergibt sich rund 250 cm³. Bedenkt man noch die Einkerbung auf dem Brötchen, so erscheint eher 200 cm³ eine brauchbare Näherung zu sein.

B – Masse

Laut Lexikon besteht Bronze aus Kupfer (80 % bis 90 %) und Zinn. Häufig wird auch Zink beigemischt. Maschinenbronze z. B. besteht aus 86 % Kupfer (Dichte 8,96 $\frac{g}{cm^3}$), 10 % Zinn (7,29 $\frac{g}{cm^3}$), 4 % Zink (7,13 $\frac{g}{cm^3}$).

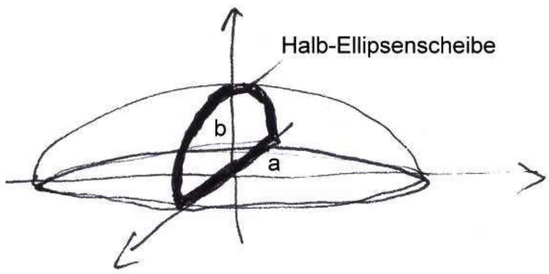
Dichte von Bronze: $(8{,}96 \cdot 0{,}86 + 7{,}29 \cdot 0{,}1 + 7{,}13 \cdot 0{,}04)\ \frac{g}{cm^3} \approx 8{,}72\ \frac{g}{cm^3}$

Masse $m = 250 \cdot 8{,}72 = 2180$ bzw. $200 \cdot 8{,}72 \approx 1744$
Das Bronzebrötchen hat eine Masse von knapp 2,2 kg, bei Berücksichtigung der Einkerbung rund 1,75 kg – ein zwar "ganz kleines" Brötchen, dafür aber ein superschweres!

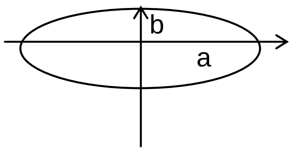
zu A) Näherung mit Excel:

Das Brötchen hat (ohne Berücksichtigung der Einkerbung) längs die Form einer Halb-Ellipse, die 5 cm hoch und 12 cm lang ist, quer ebenfalls diese Form mit 8 cm Länge, 5 cm Höhe und am Boden ist sie gut genähert eine Ellipse der Länge 12 cm und Breite 8 cm.

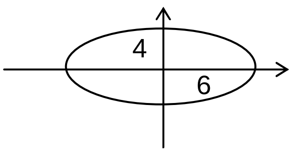
Schneidet man das "Brötchen" quer senkrecht in Streifen, z. B. der Breite 0,02 cm, so addieren sich die Brötchenscheibenvolumina sehr genau zum Gesamtvolumen.



Die Ellipsen-Scheiben haben das Volumen $V = \pi \cdot a \cdot b \cdot$ Breite, wobei a und b jeweils neu zu jeder Halb-Ellipsenscheibe zu bestimmen ist.

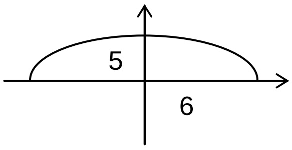


Für eine Ellipse gilt: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.



Der a-Wert ergibt sich als y-Wert der Ellipse am Boden:

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \Rightarrow y = 4 \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} = a$$



Der b-Wert ergibt sich als y-Wert der Halb-Ellipse in Längsrichtung:

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \Rightarrow y = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} = b$$

Beginnt man in A1 mit -6 und läuft in 0,02-Schritten ($\notin$ 0,2 mm) bis 0 durch den A2-Zellenbefehl = A1+0,05 und "Herunterziehen" bis 0 (in Zeile 301), so können die entsprechenden Werte für a und b eingegeben werden; z. B. in Zelle B1: = 4*Wurzel (1-A1∧2/36), in Zelle C1: = 5*Wurzel (1-A1∧2/36); in Zelle D1: PI()*B1*C1*0,02. Zieht man die B-, C- und D-Spalte ebenfalls bis zu Zeile 301, so stehen in der D-Spalte die Volumen der Ellipsenscheiben; genau braucht man Halb-Ellipsenscheiben, aber bisher ist nur das halbe Brötchen von -6 bis 0 berechnet. Die Faktoren 0,5 und 2 gleichen sich aus. In Zelle D302 kann man direkt durch Summierung ($\sum$) alle Spaltenwerte addieren: 251,95 ≈ 252.

Das Bronzebrötchen hat mit dieser elliptischen Modellierung ein Volumen von rund 250 cm³.