5.2.1.1.1 Empfehlungen für den Ablauf der Veranstaltung

Teil 1 Einstieg (Schülerrolle)

- Einstieg in die Fortbildung mit dem Werfen von Reißzwecken (z. B. jede/r Teilnehmer/in 50 Mal)
  - Zur Vorbereitung: Die Reißzwecken sollten äußerlich identisch sein, nicht verbogen sein ...., damit sie als „hinreichend gleich“ und die Wurfergebnisse als von einer Reißzwecke stammend betrachtet werden können. Das ist in Ordnung, wenn sie aus einer (neuen) Packung sind (vgl. Anlage A1 S. 61 und Anlage A4).
  - Bei wenigen Anwesenden stabilisiert sich die relative Häufigkeit noch nicht hinreichend gut, so dass man in einem 2. Schritt auf bereits vorhandene Stichproben zurückgreifen könnte (vgl. Anlage A1 S. 61/62 jeweils linke Spalte).
  - Die Eigenaktivität der Teilnehmenden am Beginn der Veranstaltung bietet eine gute Grundlage zum Einstieg in die Thematik und beugt der Müdigkeit nach dem Arbeitstag vor.
- Fachmathematischer Hintergrund: ein ähnlich gelagerter Einstieg mit Würfeln ist nicht zu empfehlen, da hier die Laplace-Wahrscheinlichkeit vorher bekannt ist. Was würde man machen, wenn sich als statistische Wahrscheinlichkeit für eine „6“ ein Wert von 0,2 einstellen würde?

Teil 2 Lehrerrolle: Vorgehensweisen im Unterricht

In der Fortbildung könnten die verschiedenen Vorgehensweisen zur Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs 1) bis 3) vorgestellt werden. In Gruppen diskutieren die Teilnehmenden Vor- und Nachteile und stellen im Plenum ihre Entscheidung für eine Vorgehensweise vor. Im Plenum können dann auch weitere Ideen und Erfahrungen der Teilnehmenden ergänzt werden.

1) Zunächst wird die klassische Wahrscheinlichkeit nach Laplace eingeführt, wie in manchen Schulbüchern üblich. Dann – unabhängig davon – die Einführung des statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs, wie in den Materialien beschrieben (Anlage A1 S. 62 und Anlage A4). Als Zusammenführung der beiden Definitionen des Wortes „wahrscheinlich“ bietet sich dann der vielfache Wurf eines Laplace-Gerätes an. Liegt die statistische Wahrscheinlichkeit deutlich anders als die erwartete klassische Wahrscheinlichkeit, so ist das Gerät nicht in Ordnung. Auf diese Weise kann man Laplace-Geräte auf Tauglichkeit prüfen (s. Anlage A1 S. 63). Die Interpretation des „deutlich anders“ kann ein guter Anlass sein, über den Wahrscheinlichkeitsbegriff und seinen Zusammenhang zur relativen Häufigkeit ins Gespräch zu kommen.
2) Es geht natürlich auch umgekehrt: Sie führen zuerst den statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff an einem Nicht-Laplace-Gerät ein. Als Zweites wird für Zufallsgeräte, für die auf Grund von Symmetrien Wahrscheinlichkeitswerte zu erwarten bzw. zu fordern sind, ~~wird~~ die klassische Wahrscheinlichkeit eingeführt. In einem 3. Schritt werden (wie oben) die beiden Wahrscheinlichkeitsbegriffe wieder zusammengeführt, z.B. indem Prognosen für ein Laplace-Gerät gemacht, begründet und durch lange Zufallsversuche geprüft werden.
3) Sie können als Einführung in die Wahrscheinlichkeit auch wie in 1) mit Laplace-Zufallsgeräten wie Würfeln beginnen, aber am besten mit einer nicht (sofort) überblickbaren Fragestellung wie:
   a) 1. Vorschlag: Ein Würfel wird zweimal geworfen und die Augenzahlen werden addiert. Würdest du bei einem Gewinnspiel auf die Summen 2, 3, 4, 10, 11, 12 oder auf 5, 6, 7, 8, 9 setzen?
   - Verschiedene mögliche Ideen (s. Biehler S. 69) müssen begründet werden: einige Schüler/innen halten alle Summenwerte für gleich wahrscheinlich, stimmen also für

die ersten sechs Zahlen, andere unterscheiden bei der genaueren Analyse nicht zwischen (1, 3) und (3, 1). Zur Überprüfung der verschiedenen Argumente wird vielfach gewürfelt. Die Berechnung der relativen Häufigkeiten legt die Entscheidung für die Summenwerte 5 bis 9 nahe. Siehe die Anlagen B1 und B3.
- Nach der Einführung der Laplace-Wahrscheinlichkeit und dem Notieren aller Doppelwurf-Ergebnisse kann man die Wahrscheinlichkeiten für die Summenzahlen berechnen (s. Anlage B1).
- Mit der anschließenden Einführung des statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs z.B. über den Reißzweckenwurf klärt sich im Nachhinein der empirische Zugang zur Entscheidungsfindung oben auf: Die relativen Häufigkeiten aus a und die berechneten Wahrscheinlichkeiten aus b liegen in „ähnlichen Bereichen".
An dem Würfelsummenbeispiel in a ist der statistische Wahrscheinlichkeitsbegriff aber nicht sinnvoll einzuführen, da 11 Ausfälle zugleich beobachtet werden müssten. Dagegen ist die Zusammenführung der beiden Wahrscheinlichkeitseinführungen (klassisch und statistisch) hier unproblematisch, zumal sie in a bereits im Vorgriff erfolgt ist.

b) 2. Vorschlag: Statt der Würfelaugensumme passt vielleicht besser das Spiel „Differenz trifft", bei dem von der Augenzahl mit dem größeren Wert die mit dem kleineren Wert abgezogen wird. Das Spiel hat weniger Werte (0 bis 5) und ist nicht so leicht zu überblicken wie das Summenspiel (s. Anlage B2).
c) 3. Vorschlag: Mit dem Material zur Notenvergabe durch viermaligen Münzwurf (s. Anlage B4: Lehrer Lämpel) liegt ebenfalls eine auf den ersten Blick nicht überschaubare Zufallssituation vor, die experimentell und anschließend systematisch untersucht werden kann.

Zum praktischen Kennenlernen dieser Ansätze und Unterrichtseinstiege bietet sich der in der Anlage C1 (samt Anlage B1, B2, B3, B4) zusammengestellte Arbeitsauftrag an.

Teil 3 Kompetenzorientierung für die Schüler/innen

- Erst mit der Einführung des statistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs ergeben sich die Möglichkeiten für das Schätzen (vgl. Anlage A1 S. 62) und für das Deuten von Wahrscheinlichkeiten (vgl. Anlage A1 S. 64). Das sind zentrale Kompetenzen, die im Themengebiet Wahrscheinlichkeitsrechnung vermittelt werden sollen.
- In der Fortbildung kann man sie gut erfahren lassen durch gruppenweise Bearbeitung von Aufgaben (z.B. von Anlage A1 S. 62/63, davon zumindest eine Aufgabe wie S. 63 Nr. 5; und S. 64. Beachten Sie auch jeweils die angebotenen Lösungen).

Teil 4 Kompetenzentwicklung für die Lehrer/innen (und für ihre Schüler/innen)

- An zwei Stellen (s. Anlage A1: S. 64 Aufgabe 2 und S. 68 schwierige Aufgabe 5) ist auf einen landläufigen Irrtum hingewiesen: Man erwartet, dass sich die absolute Häufigkeit dem erwarteten Wert immer mehr annähert; im Volksmund wird das z.B. geäußert für die Lottozahlenhäufigkeitstabelle: „Die 13 muss aber noch aufholen. Auf die sollte man setzen."
  Richtig ist vielmehr, dass sich die relative Häufigkeit bei dem Wahrscheinlichkeitswert stabilisiert, ihre Abweichung von der Wahrscheinlichkeit wird geringer. Dagegen kann die Abweichung der absoluten Häufigkeit vom erwarteten Wert (Erwartungswert) größer werden in Übereinstimmung mit dem Gesetz der Großen Zahl.
- Da das Phänomen auch vielen Kolleg/innen nicht bekannt ist, könnte die Aufgabe den Teilnehmenden zur Bearbeitung und Diskussion in Gruppen überlassen werden. Bei der Zusammenführung im Plenum sollte u.a. besprochen werden, ob der Erarbeitungsweg auch für Gruppen von Schüler/innen geeignet ist.

- o Hierher würde gut eine Zusammenstellung von Fehlvorstellungen zur Wahrscheinlichkeit passen, so dass ihrer Bearbeitung in der Fortbildung und im Unterricht ein größerer Stellenwert eingeräumt werden könnte.

Teil 5 Methodenkompetenz

- o Methoden, die eigenständiges Arbeiten der Schüler/innen fördern, nutzen Sie am besten auch für die Fortbildung: arbeitsteiliges Arbeiten zum Einstieg (Teil 1); Diskussion um die Vorgehensweisen im Unterricht in Gruppen und Präsentation der Entscheidung (Teil 2, siehe auch Anlage C1); Bearbeitung von Aufgaben zum Schätzen und Deuten von Wahrscheinlichkeiten z.B. in einem Gruppenpuzzle oder an Lernstationen (Teil 3); Bearbeitung von Teil 4 in Gruppen und Zusammenführung im Plenum; Planung des weiteren Vorgehens (siehe Szenario) durch Clustern der Vorschläge.
- o Zu Gruppenpuzzle siehe: http://www.learn-line.nrw.de/angebote/medienmathe/bausteine/methoden/download/material_gruppenpuzzle.pdf
- o Zum Stationenlernen siehe: http://www.learn-line.nrw.de/angebote/medienmathe/bausteine/methoden/download/material_stationenlernen.pdf
- o Zum Clustern: Ideen, die durch zufällige Zurufe (Brainstorming), durch schriftliche Abfrage aller Beteiligten (Kartenabfrage) oder durch mündliche Befragung aller Beteiligten (Blitzlicht) zusammengetragen wurden, werden in einem Netz zusammengestellt.

Teil 6 Abschlussreflexion

- o In einer abschließenden Reflexionsphase sollten einerseits die erlernte Mathematik Thema sein, aber auch die den Schüler/innen zu vermittelnden Kompetenzen (Was ist jetzt neu bekannt und realisierbar? Was fehlt uns noch für den eigenen Unterricht?). Zudem sollte es ~~gehen~~ um die Übertragbarkeit der in der Fortbildung genutzten Methoden für den eigenen Unterricht gehen.

Zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Zentral geht es in diesem Fortbildungskonzept um das Problem, Zufallserscheinungen angemessen zu beschreiben und Wahrscheinlichkeiten zu deuten. Deshalb ist im Szenario diese allgemeine Kompetenz (K2) durch Fettdruck hervorgehoben. Durch die Wahl des methodischen Vorgehens erhält die Kommunikation einen großen Stellenwert (K6). Sie ist gerade hier dringend erforderlich, um Fehlvorstellungen zu thematisieren und zu bearbeiten und um eigene gefestigte Grundvorstellungen zu erlangen. Um die Entwicklung der relativen Häufigkeit zu zeigen, werden graphische Darstellungen genutzt (K4). Für Deutungen von Wahrscheinlichkeiten und für Entscheidungen in Spielsituationen muss präzise mathematisch argumentiert werden (K1). Für Simulationen und Berechnungen der relativen Häufigkeiten ist der Umgang mit dem Taschenrechner nötig (K5). Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ergebnisses wird aus der relativen Häufigkeit heraus entwickelt (K3).

Anlagen

- A1 Heftzwecke und Deutungen
  Auszug aus mathelive 7 S. 61 bis 68
- A2 Lösungen zu den Aufgaben von S. 61 bis 66
- A3 Lösungen zum Test von S. 68
- A4 Arbeitsblätter zu den Reißzwecken
- B1 Summe oder Differenz beim zweifachen Würfelwurf
- B2 Differenz trifft
- B3 Augensummen-Spiel

- B4 Lehrer Lämpel
- C1 Stationsarbeit „Einstiege in die Stochastik“

Literatur

1. Böer u.a., mathelive 7, Klett Verlag Stuttgart 2007, ISBN 978-3-12-720330-1
2. Biehler u.a., Die Leitidee Daten und Zufall, in: Blum u.a. (Hrsg.), Bildungsstandards Mathematik: konkret, Cornelsen Scriptor Verlag, Berlin 2006, ISBN 978-3-589-22321-3
3. Herget, Wilfried, Wahrscheinlich? Zufall? Wahrscheinlich Zufall…, in: mathematik lehren, Heft 85 (1997), S. 4 - 8
4. Zu Unterrichtsmethoden gibt es Material und weitere Verweise unter: http://www.mued.de/Unterrichtskultur/Methodenkoffer