Anlage A2: Lösungen zu den Aufgaben von S. 61 bis 66

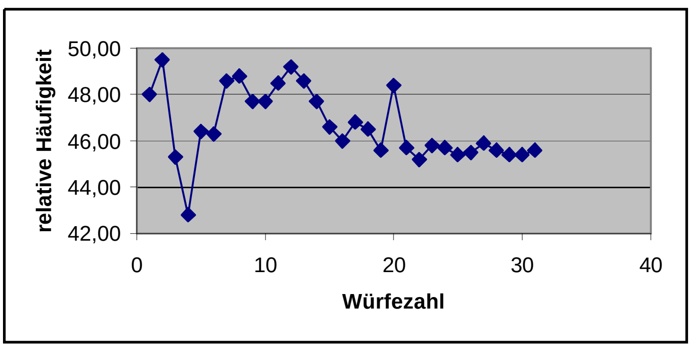
Zahl der	Summe der Würfe	Summe der	relative Häufigkeit
48	100	48	48,0 %
51	200	99	49,5 %
37	300	136	45,3 %
35	400	171	42,8 %
61	500	232	46,4 %
46	600	278	46,3 %
62	700	340	48,6 %
50	800	390	48,8 %
39	900	429	47,7 %
48	1000	477	47,7 %
57	1100	534	48,5 %
56	1200	590	49,2 %
42	1300	623	48,6 %
45	1400	668	47,7 %
31	1500	699	46,6 %
37	1600	736	46,0 %
59	1700	795	46,8 %
42	1800	837	46,5 %
30	1900	867	45,6 %
40	2000	907	45,4 %
52	2100	959	45,7 %
35	2200	994	45,2 %
60	2300	1054	45,8 %
43	2400	1097	45,7 %
38	2500	1135	45,4 %
49	2600	1184	45,5 %
55	2700	1239	45,9 %
37	2800	1276	45,6 %
41	2900	1317	45,4 %
45	3000	1362	45,4 %
52	3100	1414	45,6 %

Seite 61

1. a), b) Auswertung der Daten in der Randspalte
   c) Größte Anzahl: 62;
   kleinste Anzahl: 30.
   Die Wahrscheinlichkeit wird zwischen 30 % und 60 % liegen.
   d)
   - In den ersten tausend Würfen schwankt die relative Häufigkeit zwischen 42,8 % und 48,6 %; also um 5,8 Prozentpunkte.
   - In den zweiten tausend Würfen schwankt sie zwischen 45,4 % und 49,2 %; also um 3,8 Prozentpunkte.
   - Über 2000 Würfe schwankt sie zwischen 45,2 % und 45,9 %; also um 0,7 Prozentpunke.

   e) Mit zunehmender Versuchszahl schwankt die relative Häufigkeit immer weniger.
   f) Schätzung der Wahrscheinlichkeit für : etwa 45,5 %.
   g) Die Schätzung ist nicht ganz sicher, da es noch Schwankungen der relativen Häufigkeit gibt. Aber die liegen unter einem Prozentpunkt.

2.



3. Die Prozentsätze bei Tim addieren sich nicht zu 100 %. Theo hat und verwechselt. Sonst passen die Schätzungen.

Seite 62

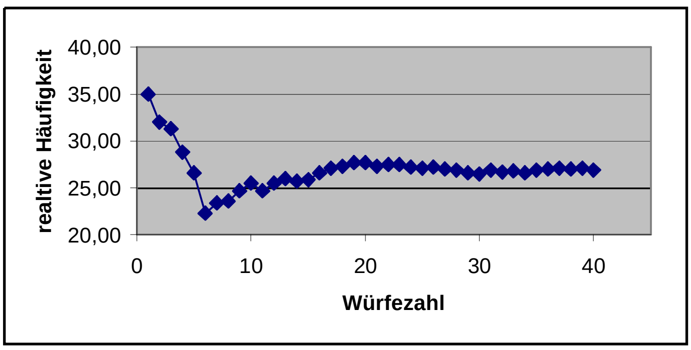
1a. Siehe den Kasten rechts.
Größte Anzahl: 35, kleinste Anzahl 17.
Die Wahrscheinlichkeit für eine 2 liegt vermutlich zwischen 15 % und 35 %.

- In den ersten tausend Würfen schwankt die relative Häufigkeit zwischen 22,3 % und 35,0 %; also um 12,7 Prozentpunkte.
- im zweiten Tausender liegt die relative Häufigkeit zwischen 24,7 % und 27,7 %, schwankt also um 3 Prozentpunke.
- Von 2100 bis 3000 Würfen gibt es minimal 26,6 % und maximal 27,7 %, also eine Schwankung um 1,1 Prozentpunkte.
- Im letzten Tausender schwankt die relative Häufigkeit zwischen 26,6 % und 27,1 %; also um 0,5 Prozentpunkte.
- Die Schwankung der relativen Häufigkeit geht von 12,7 über 3 und 1,1 auf 0,5 Prozentpunkte zurück.

Schätzung der Wahrscheinlichkeit für die Augenzahl 2: etwa 27 %.
27 % ist nicht ganz sicher, da die relative Häufigkeit am Ende der Versuchsreihe noch schwankte.

Zahl der "2"	Summe der Würfe	Summe der "2"	relative Häufigkeit
35	100	35	35,0 %
29	200	64	32,0 %
30	300	94	31,3 %
21	400	115	28,8 %
18	500	113	26,6 %
21	600	134	22,3 %
30	700	164	23,4 %
25	800	189	23,6 %
33	900	222	24,7 %
33	1000	255	25,5 %
17	1100	272	24,7 %
34	1200	306	25,5 %
32	1300	338	26,0 %
22	1400	360	25,7 %
29	1500	389	25,9 %
37	1600	426	26,6 %
34	1700	460	27,1 %
31	1800	491	27,3 %
35	1900	526	27,7 %
27	2000	553	27,7 %
20	2100	573	27,3 %
31	2200	604	27,5 %
29	2300	633	27,5 %
19	2400	652	27,2 %
25	2500	677	27,1 %
31	2600	708	27,2 %
21	2700	729	27,0 %
23	2800	752	26,9 %
18	2900	770	26,6 %
29	3000	799	26,6 %
35	3100	834	26,9 %
19	3200	853	26,7 %
32	3300	885	26,8 %
21	3400	906	26,6 %
34	3500	940	26,9 %
33	3600	973	27,0 %
31	3700	1004	27,1 %
23	3800	1027	27,0 %
30	3900	1057	27,1 %
18	4000	1075	26,9 %

In der Darstellung der relativen Häufigkeiten sieht man gut, wie sie sich bei etwa 27 % stabilisiert.



1. b) Wahrscheinlichkeit für 1, 2, 5: jeweils 27 %, für 3 und 4 bleiben 19 %, also jeweils 9,5 %. Dabei ist angenommen, dass die 4 gegenüber der 3 liegt.

2. a) absolute Häufigkeit
   b) relative Häufigkeit
   c) Wahrscheinlichkeit
   d) absolute Häufigkeit
   e) Wahrscheinlichkeit
   f) Wahrscheinlichkeit

   In c, e, f, steht die Wahrscheinlichkeit, da sich die Aussage auf sehr viele "Versuche" bezieht.

3. a) 1) $\frac{1010}{5000}$ = 20,2 %; geschätzte Wahrscheinlichkeit für 1: rund 20 %.
      2) $\frac{820}{5000}$ = 16,4 %; geschätzte Wahrscheinlichkeit für 1: rund $\frac{1}{6}$ (normaler Würfel).
      3) $\frac{1190}{5000}$ = 23,8 %; geschätzte Wahrscheinlichkeit für 1: rund 24 %.
   b) 1) rund 20 %; 2) rund $\frac{1}{6}$; 3) rund 24 %.
   c) 1) Schätzung für 2 und 5 wie für 1 und 6 jeweils 20 %. Für 3 und 4 bleiben insgesamt 20 %, also jeweils 10 %.
      2) Wie bei einem normalen Würfel ist die Wahrscheinlichkeit für alle Augenzahlen gleich, nämlich $\frac{1}{6}$.
      3) Schätzung für 2 und 5 wie für 1 und 6 jeweils 24 %. Für 3 und 4 bleiben insgesamt nur 4 %, also jeweils 2 %. VORSICHT: In 3. a) 3) durfte die Wahrscheinlichkeit nicht auf 25 % geschätzt werden, da dann die Wahrscheinlichkeit für 3 und 4 Null wäre.

4. Bei großen Versuchszahlen stabilisiert sich die relative Häufigkeit.

Seite 63

5.

Zahl der Würfe	10	100	500	1000	5000	10 000
relative Häufigkeit für die 6	30 %	10 %	16 %	19 %	19,1 %	18,95 %

   a) Die relative Häufigkeit liegt deutlich über $\frac{1}{6}$. Der Würfel liefert – wie es scheint – zu viele Sechsen. Aber bei so wenigen Versuchen ist noch keine brauchbare Aussage über die Wahrscheinlichkeit möglich.
   b) Die relative Häufigkeit liegt mit 10 % unter $\frac{1}{6}$. Der Würfel scheint weniger 6en zu liefern. Aber … siehe a).
   c) Mit 16 % relativer Häufigkeit liegt das Würfelergebnis nahe bei $\frac{1}{6}$. Der Würfel scheint okay zu sein. Aber noch liegen zu wenige Würfe für eine ernsthafte Prognose der Wahrscheinlichkeit vor.
   d) Die Wahrscheinlichkeit für eine 6 liegt bei etwa 19 %. Der Würfel ist tatsächlich gezinkt.

6. a) Ein Roulette hat 37 Zahlenfelder (0, 1, …, bis 36).

   b) 1 – relative Häufigkeit: $\frac{1340}{50\,000} \approx 2{,}68$ %

   3 – relative Häufigkeit: $\frac{2505}{50\,000} \approx 5{,}01$ %

   12– relative Häufigkeit: $\frac{2510}{50\,000} \approx 5{,}02$ %

   16– relative Häufigkeit: $\frac{1354}{50\,000} \approx 2{,}71$ %

   33– relative Häufigkeit: $\frac{1360}{50\,000} \approx 2{,}72$ %

   35– relative Häufigkeit: $\frac{2490}{50\,000} \approx 4{,}98$ %

   Die Wahrscheinlichkeit für die 1, 16, 33 liegt bei etwa 2,7 %, die für die 3, 12, 35 bei etwa 5,0 % Sie müsste für alle 6 Zahlen bei $\frac{1}{37} \approx 2{,}7$ % liegen.

   Die 3, 12, 35 liegen auf dem Zahlenfeld nebeneinander und erscheinen zu häufig. Das Roulette ist nicht in Ordnung.

7. Beispiele:
   a) $0{,}417 \cdot 6 = 2{,}502 \xrightarrow{+1} 3{,}502 \rightarrow 3$
   $0{,}601 \cdot 6 = 3{,}606 \rightarrow 4{,}606 \rightarrow 4$
   $0{,}802 \cdot 6 = 4{,}812 \rightarrow 5{,}812 \rightarrow 5$
   $0{,}015 \cdot 6 = 0{,}09 \rightarrow 1{,}09 \rightarrow 1$
   $0{,}968 \cdot 6 = 5{,}808 \rightarrow 6{,}808 \rightarrow 6$

   b) …

   c) $\frac{90}{500} = 18$ %; $\frac{900}{5000} = 18$ %

   Liegt die relative Häufigkeit nach 500 Versuchen bei 18 %, so ist das eine normale, akzeptable Abweichung von $\frac{1}{6}$.

   Nach 5000 Versuchen dagegen lässt sich die Wahrscheinlichkeit für eine 2 mit hoher Sicherheit auf 18 % schätzen. Das Simulationsprogramm des Taschenrechners ist nicht in Ordnung.

Seite 64

1. a) Die Aussage stimmt nicht immer, ist als Beschreibung der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ also falsch.
   b) falsch, c) falsch, d) falsch, e) richtig

   Korrektur zu a/d: Wenn du oft würfelst, kommt im Durchschnitt alle 6 Würfe eine 6.
   Aussagen mit "kann", "Glück", … passen auch zu anderen Wahrscheinlichkeiten als $\frac{1}{6}$.
   Aussagen mit "wahrscheinlich" sind ungeeignet, da man in einem Satz, der das Wort "wahrscheinlich" erläutern soll, nicht das Wort selber benutzen darf.

2.

		600	6000	12 000
	Würfe	600	6000	12 000
	6en	114	1020	2025
a)	erwartete 6en	100	1000	2000
	Abweichung	14	20	25
b)	relative Häufigkeit	19,0 %	17,0 %	16,9 %
	Abweichung von der Wahrscheinlichkeit	2,3 %	0,3 %	0,2 %

a) Die absoluten Abweichungen nehmen zu.
b) Da der Abstand der relativen Häufigkeit zur Wahrscheinlichkeit abnimmt, passen die Daten trotzdem zum Gesetz der großen Zahl. Das macht nur Angaben zur relativen Häufigkeit.

3. Sie beträgt beide Male $\frac{1}{6}$.

4. a) "Alle 56 Wochen": falsch; "Unter den nächsten …": falsch
"In einem Tipperleben …": $\frac{28}{30 \cdot 52} \approx 1{,}79\ \%$. Bei $30 \cdot 52 = 1560$ "Zufallsversuchen" stabilisiert sich die relative Häufigkeit schon gut bei der Wahrscheinlichkeit. Die Deutung ist richtig.
"Während …": 3-mal falsch; "Im nächsten Jahr …": richtig, passt aber nicht nur zu 1,8 %; "Unter den …": richtig.
b) Aussage 1: Bei vielen Tippversuchen gibt es durchschnittlich rund alle 56 Wochen 3 Richtige.
Aussage 5: Pro Jahr gibt es, sofern man lange tippt, im Durchschnitt knapp jedes Jahr 3 Richtige.

Seite 65

Das Spiel spricht sowohl statistische als auch Laplace-Wahrscheinlichkeiten an. Für eine rationale Strategie benötigt man die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten bei den verschiedenen Würfen. Aber auch mit der optimalen Strategie gewinnt man nicht immer, da die Wurfergebnisse zufällig sind. Erst bei sehr vielen Spielen kann man sich „im Mittel“ auf die Strategie verlassen.

Bei dem tatsächlich verwendeten Stein und der Heftzwecke müsste am besten zunächst die statistische Wahrscheinlichkeit durch häufiges Werfen geschätzt werden.
Da die 2 beim abgebildeten Stein eine höhere Wahrscheinlichkeit als das Ziehen der 2 aus den Zahlenkarten ($\frac{1}{3}$) hat, wähle ihn. Liegt die Wahrscheinlichkeit für den verlangten Heftzweckenwurf über 50 %, wähle ihn, sonst die 50 %-Chance der Münze.
Hast du die Heftzwecke gewählt, dann mache mit dem Würfel weiter, da die Wahrscheinlichkeit für ein erfolgreiches Würfeln mit 50 % höher liegt als die des Streichholzschachtel-Ergebnisses.

Seite 66

1, 2, 3 – Eigene Versuche

Ergebnis: man sollte wechseln, denn die Wahrscheinlichkeit für den Autogewinn beträgt mit Wechseln $\frac{2}{3}$, ohne Wechseln wie zu Beginn $\frac{1}{3}$.