Arbeitsblatt 6 Theoretische Wahrscheinlichkeiten am Galton-Brett

Einfaches Galton-Brett ($p=1/2$).

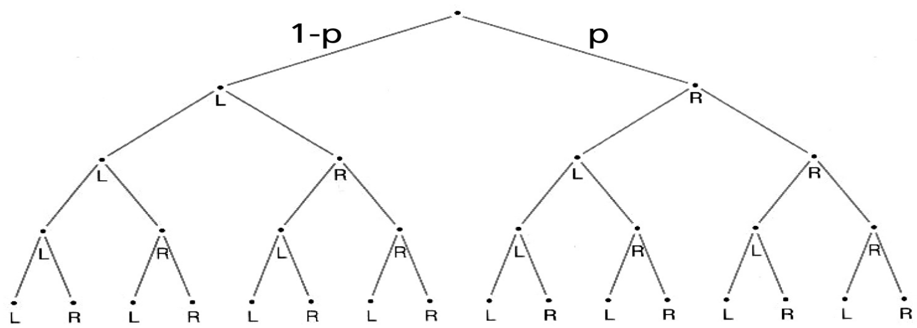
(1) Wege am Galton-Brett

(a)
Wie viele verschiedene Wege kann eine Kugel am Galton-Brett mit drei (vier, fünf, ...) Reihen durchlaufen? Versuche, diese verschiedenen Wege möglichst systematisch aufzuschreiben.

Anzahl *n* der Reihen	2	3	4	5	...
mögliche Wege	LL, LR, RL, RR	LLL, LLR, RLL, ...	LLLL, LLLR,...	LLLL,...	...
Anzahl *w* verschiedener Wege	4				

(b)
Erkennst du eine Gesetzmäßigkeit, wie die Anzahl der Wege von der Anzahl der Reihen abhängt? Formuliere deine Vermutung und überprüfe sie für n=6 (n=10).

Ein übersichtliches Baumdiagramm kann dir dabei helfen.



Baumdiagramm für die Anzahl der Wege für n =4

(2)
An jedem Zapfen ist die Wahrscheinlichkeit für eine Ablenkung nach links oder nach rechts jeweils $1/2$. Begründe mit Hilfe der Produktregel am Baumdiagramm: Jeder Weg (Pfad) im Baumdiagramm (n=4) hat die Wahrscheinlichkeit $(1/2)^4$.
Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit für ein Galton-Brett mit 2, 3, 5, 10, n Reihen?

(3)
Mit Hilfe der Ergebnisse in (2) können wir nun auch die Wahrscheinlichkeiten berechnen, mit denen eine Kugel in das jeweilige Kästchen fällt (Summenregel). Die Kästchen sind von links nach rechts von 0 bis 4 durchnummeriert.

Kästchen Nr.	0	1	2	3	4
Wahrscheinlichkeit *p*	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$

In der Tabelle sind die Ergebnisse für das Galton-Brett mit 4 Reihen dargestellt. Begründe diese Werte

(4)
In deiner Begründung hast du bestimmt auch herausgefunden, warum bei den einzelnen Fächern die Pfadwahrscheinlichkeit $(1/2)^4$ jeweils mit den Faktoren 1, 4, 6, 4, 1 multipliziert wird. Bestimme die entsprechenden Faktoren auch für die Galton-Bretter mit n=1, 2, 3, und 5. Kommen dir diese Zahlenreihen bekannt vor? (Tipp: Schau dir die Stufen im Pascalschen Zahlendreieck an).

(5)
Mit den Erkenntnissen aus (4) kannst du jetzt nicht nur die Wahrscheinlichkeitstabellen für die einzelnen Fächer bei den Galton-Brettern mit n=1,2,3,4 und 5 aufstellen, sondern auch für n=6, 7, 10 oder sogar 20. Erkläre deine Strategie. Vielleicht kannst du diese auch für ein Galton-Brett mit n Reihen formulieren.

Zum Abschluss: Theorie und Praxis
Ist unser theoretisches Modell brauchbar?
Dazu müssten die empirischen Wahrscheinlichkeiten, die wir bei unseren Experimenten mit dem Galton-Brett ermittelt haben, ungefähr mit den berechneten Wahrscheinlichkeiten in der jeweiligen Tabelle übereinstimmen. Urteile selbst!